

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie mécanique

ÉTUDE DE LA STABILITÉ DIRECTIONNELLE EN VIRAGE DE SKIS ALPINS COMMERCIALEMENT DISPONIBLES

Mémoire de maîtrise
Spécialité : génie mécanique

Jonas TRUONG

Sherbrooke (Québec) Canada

janvier 2018

MEMBRES DU JURY

Alexis LUSSIER DESBIENS

Directeur

Mathieu PICARD

Rapporteur

Julien SYLVESTRE

Évaluateur

RÉSUMÉ

Les propriétés mécaniques d'un ski alpin, dont sa longueur, le profil des carres (aussi nommé le profil de largeur), le profil de cambrure et les distributions de rigidités en flexion et en torsion, sont des facteurs déterminants de sa performance. Un des aspects essentiels de cette performance est la stabilité directionnelle du ski en virage; il est généralement accepté qu'un ski pour experts nécessitera une plus grande stabilité qu'un ski pour skieurs débutants ou intermédiaires. Cependant, il n'existe aucune étude sur l'étendue du niveau de stabilité que présentent les différents skis alpins modernes. Ce projet a pour but d'identifier cette étendue du niveau de stabilité par le biais de simulations numériques, ainsi que d'explorer l'effet des différentes propriétés mécaniques sur la stabilité d'un ski. Afin d'y parvenir, une nouvelle méthode a été développée afin de mesurer les distributions de rigidités en flexion et en torsion et les profils de cambrure et des carres d'un ski en moins de 5 minutes avec une précision d'environ 5%. Cette méthode a été utilisée pour mesurer les propriétés mécaniques de 179 skis de différents types (skis de courses, skis récréatifs, skis de haute randonnée, skis de neige poudreuse, etc.), soit un échantillon varié de la gamme entière des skis alpins commercialement disponibles. Un outil de simulation numérique a été développé et utilisé afin d'évaluer la stabilité de ces skis. Un modèle simple pour rapidement estimer la stabilité a été développé et est fortement corrélé avec les niveaux de stabilité évalués par le biais des simulations. Ce modèle simple permet d'estimer la stabilité d'un ski sans avoir recours à des simulations ou des essais expérimentaux. Ce modèle simple permet aussi de comprendre l'effet des différentes propriétés mécaniques d'un ski sur son niveau de stabilité.

Mots-clés : ski alpin, virage, stabilité, rigidité, propriétés mécaniques, flexion, torsion

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1	Introduction	1
1.1	Mise en contexte	1
1.2	Question de recherche.....	2
1.3	Objectifs.....	2
1.4	Contributions originales.....	3
1.5	Plan du document.....	3
CHAPITRE 2	État de l’art	5
2.1	Techniques et méthodes de mesure des propriétés mécaniques	6
2.2	Stratégies de modélisation de l’interaction ski-neige	9
2.2.1	Frottement.....	10
2.2.2	Forces normales à la base du ski	10
2.3	Stratégies de modélisation du ski alpin.....	14
2.3.1	Géométrie seulement	14
2.3.2	Poutre Euler-Bernoulli.....	14
2.3.3	Approche multi-corps rigides	15
2.3.4	Méthode des éléments finis	15
2.4	Stratégies de modélisation du skieur.....	16
2.5	Indices de performance et effet des propriétés mécaniques.....	17
2.6	Conclusion	20
CHAPITRE 3	Mesure des distributions de rigidité	21
3.1	Abstract.....	23
3.2	Introduction.....	24
3.3	Method	25
3.3.1	Experimental Setup	25
3.3.2	Stiffness calculations	27
3.4	Results and discussion	29
3.4.1	Method accuracy.....	29
3.4.2	Method repeatability.....	30
3.4.3	Coupling of bending and torsional deformations	32
3.5	Conclusion	34
3.6	Acknowledgements.....	34

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 4	Évaluation de la stabilité	35
4.1	Abstract.....	37
4.2	Introduction.....	38
4.3	Materials and Methods.....	39
4.3.1	Selected skis	39
4.3.2	Ski Model	39
4.3.3	Snow Models	41
4.3.4	Solver.....	41
4.3.5	Pressure distribution and stability index.....	42
4.4	Results and Discussion	43
4.4.1	Effect of torsional stiffness.....	43
4.4.2	Comparison between linear and hypoplastic snow models	43
4.4.3	Fore/aft lean angle effect on stability	44
4.4.4	Comparison of stability across different skis	44
4.4.5	Stability as a function of the force required to flatten the ski.....	44
4.5	Conclusions.....	47
CHAPITRE 5	Conclusion.....	49
5.1	Sommaire des travaux.....	49
5.2	Retour sur les contributions originales	50
5.3	Nouvelles perspectives de recherche	51
LISTE DES RÉFÉRENCES.....		53

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 – Ski non déformé et référentiel N.....	6
Figure 2.2 – Ski déformé.	6
Figure 2.3 - Outil pour mesurer la courbure [Subic et coll., 2008]	9
Figure 2.4 – Pénétration d’une section de ski dans la neige lors d’un virage	11
Figure 2.5 - Modèle de déformation hypoplastique [Mössner et coll., 2006]	13
Figure 2.6 - Carte de virages possibles [Renshaw et Mote, 1989]	19
Figure 3.1 - Experimental setup	26
Figure 3.2 - Curvature measurement apparatus from a) back view and b) front view.....	27
Figure 3.3 - Bending and torsional stiffnesses of a polymer beam with two methods.....	30
Figure 3.4 - Difference between local and average stiffnesses in both bending and torsion	30
Figure 3.5 - Average stiffnesses of 5 consecutive tests on a Dynafit Se7en Summit ski.....	31
Figure 3.6 - Standard deviation of 5 consecutive tests.	32
Figure 3.7 - Bending and torsional stiffnesses for three different test cases	33
Figure 3.8 - Stiffness differences between cases 1 and 3 in bending and 2 and 3 in torsion	33
Figure 4.1 - Bent ski during a turn with reference frames.....	40
Figure 4.2 - Segmentation of a ski overlaid on the (a) sidecut and (b) camber profiles.	40
Figure 4.3 - Stability maps	44
Figure 4.4 - (a) Ski sidecut length and depth and (b) bending deformation when on edge.....	45
Figure 4.5 - (a) Stability versus snow hardness, lateral lean angle and applied load and (b) stability versus snow hardness, $F_0L_{SC}^2$ and applied load.....	46

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
\hat{n}	Référentiel de la trajectoire curviligne
\hat{s}	Référentiel du ski
d	Pénétration dans la neige normale à la surface
e	Pénétration dans la neige normale à la base du ski
x	Distance du centre du ski selon \hat{s}_x
y	Distance verticale selon \hat{s}_y ou \hat{n}_y
h	Hauteur du centre de masse du skieur selon \hat{s}_y
θ	Angle entre \hat{n}_x et \hat{s}_x , ou l'angle d'attaque du ski par rapport à sa trajectoire
ϕ	Angle d'inclinaison avant/arrière à la botte du skieur
φ	Angle d'inclinaison latérale à la botte du skieur
L	Longueur du ski, entre deux points, etc.
L_{sc}	Longueur de la portion profilée des carres d'un ski
EI	Rigidité en flexion du ski selon \hat{s}_z
GJ	Rigidité en torsion du ski selon \hat{s}_x
F	Force
f	Force par unité de longueur
p	Pression
M	Couple
M_2	Second moment de la distribution de pression longitudinale sur la base d'un ski
R	Rayon de la trajectoire du ski
R_{sc}	Rayon du profil de carres d'un ski
τ	Résistance au cisaillement de la neige
H, k_{snow}	Rigidité de la neige
V	Vitesse du skieur
g	Constante gravitationnelle

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte

La conception d'un ski alpin peut se résumer à la sélection des différentes propriétés mécaniques du ski afin d'offrir la meilleure performance possible. Parmi ces propriétés mécaniques, on compte, entre autres, la géométrie du ski (sa longueur, sa largeur, le profil des carres et le profil de cambrure), les distributions de rigidités en flexion longitudinale et latérale et en torsion ainsi que les propriétés vibratoires [Howe, 1983]. La performance, quant à elle, peut être évaluée de plusieurs manières. Est-ce un ski pour skieurs débutants ou un outil destiné à la course de compétition? Évidemment, ces deux skis n'auront pas les mêmes requis en termes de stabilité, de tenue de neige, de manœuvrabilité, de précision ou de restitution d'énergie, qui ne sont que quelques-uns des critères utilisés pour évaluer la performance de skis alpins [Federolf et *coll.*, 2006] [Fischer et *coll.*, 2007]. Le problème est d'autant plus compliqué que les relations entre les propriétés mécaniques et les différents aspects de la performance d'un ski ne sont pas toujours claires. Par exemple, dans une étude comportant des tests sur neige de différents skis, les skieurs ont préféré des skis plus rigides en flexion mais moins rigides en torsion [Federolf et *coll.*, 2006], alors que dans une deuxième étude, les skieurs ont préféré l'inverse [Fischer et *coll.*, 2007]. Bien que les niveaux absolus de rigidités utilisés comme point de départ des analyses n'étaient pas les mêmes dans les deux cas, il n'en demeure pas moins que le niveau de rigidité optimal demeure inconnu. Dans le cas de la longueur, il est généralement accepté qu'un ski long sera plus stable qu'un ski court. Cependant, un ski trop long sera très difficile à manœuvrer. Comment déterminer le niveau optimal? Il n'est pas surprenant qu'on ait déjà qualifié d'art la conception de skis alpins [Howe, 1983] :

« ...the design of snow skis still remains an art. [...] The simplicity is deceiving – the good ski is much like a good musical instrument. [...] Even though the designer must understand and appreciate the underlying physical laws governing composite materials and structures [...], that alone is not enough. The mechanics of use – skiing and skier – are just as important in achieving a good ski design. And the mechanics of human movement in skiing are complicated indeed. So the challenge is laid down. »

Il devient donc évident que des indicateurs quantitatifs des différents aspects de la performance d'un ski alpin permettraient de guider la conception d'un ski alpin et faciliteraient la comparaison de différents modèles. Parmi les différents critères de performance existants, la stabilité semble être le plus important lors d'un virage [DeCecco et Angrilli, 1999]. De plus, différents skieurs, présentant des styles et des niveaux d'habileté différents, mèneront à des vitesses et des forces plus ou moins élevées, et demanderont donc des niveaux de stabilité différents [Howe, 1983].

1.2 Question de recherche

Ainsi, ce projet de recherche propose d'explorer la variation du niveau de stabilité que présentent les skis alpins modernes lors d'un virage sur neige, ainsi que d'explorer l'effet des différentes propriétés mécaniques du ski sur cette stabilité. La question de recherche est donc formulée ainsi :

À quelle étendue du niveau de stabilité peut-on s'attendre de la part des skis alpins modernes commercialement disponibles lors d'un virage, et comment les propriétés mécaniques du ski influencent-elles ce niveau de stabilité ?

1.3 Objectifs

L'objectif principal de ce projet de recherche est de déterminer l'étendue du niveau de stabilité directionnelle que présentent les skis alpins modernes commercialement disponibles et de comprendre l'effet des propriétés mécaniques du ski sur cette stabilité. Par contre, la stabilité est reliée à la distribution de pression sous le ski et celle-ci est très difficile [Scott et *coll.*, 2007], voire impossible, à mesurer directement lors de l'utilisation du ski. Cela nécessiterait de placer un grand nombre de capteurs sous la base du ski, exposés à l'abrasion et aux impacts. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des simulations pour l'évaluer. Par ailleurs, la mesure de certaines propriétés mécaniques, soit les distributions de rigidités en flexion et en torsion, nécessite dans certains cas des machines coûteuses, faisant usage de capteurs de plusieurs milliers de dollars, ou dans les autres cas plusieurs étapes de manipulations, ce qui prend beaucoup de temps. S'il est désirable de mesurer un grand nombre de skis afin d'avoir un grand échantillon de skis à simuler, il est nécessaire de développer une méthode de mesure beaucoup plus rapide et moins coûteuse. Ainsi, l'objectif principal peut être divisé en plusieurs objectifs secondaires :

1. développer une méthode de mesure permettant de mesurer rapidement, en 5 minutes par ski, et précisément, avec une erreur d'environ 5%, les propriétés mécaniques pertinentes d'un ski, soit les distributions de rigidités en flexion et en torsion et les profils de carre et de cambrure;
2. utiliser cette méthode pour mesurer un échantillon varié de skis alpins modernes;
3. développer un modèle mathématique afin de simuler la déformation d'un ski alpin lors d'un virage sur neige;
4. utiliser ce modèle afin d'évaluer le niveau de stabilité des skis étudiés lors de virages;
5. analyser l'effet des propriétés mécaniques sur le niveau de stabilité d'un ski.

1.4 Contributions originales

Les contributions originales de ce mémoire sont :

1. une méthode et une machine permettant de mesurer rapidement et avec précision les distributions en flexion et en rigidité d'un ski alpin;
2. l'évaluation de l'étendue du niveau de stabilité que présentent les skis alpins modernes commercialement disponibles par le biais de simulations numériques de la déformation du ski alpin et de la neige lors d'un virage;
3. une méthode simple afin d'estimer le niveau de stabilité d'un ski alpin donné à partir de propriétés mécaniques moyennes, sans avoir recours à des simulations ou des mesures complexes.

1.5 Plan du document

Le deuxième chapitre de ce document présente un résumé de l'état de l'art, soit les différents travaux préexistants pertinents à ce projet de recherche, ainsi qu'une critique de ces différents travaux.

Le troisième chapitre contient un article publié présentant une nouvelle méthode et machine développée pour mesurer simultanément la géométrie et les profils de rigidités en flexion et en torsion d'un ski alpin. Cette méthode brevetée a l'avantage d'être précise, produisant des résultats avec moins de 5% d'erreur, et rapide, nécessitant moins de cinq minutes par ski.

Le quatrième chapitre présente un article traitant de l'évaluation de la stabilité d'un ski alpin par le biais de la simulation de la déformation du ski lors d'un virage sur neige. Ce chapitre traite aussi de l'influence des propriétés mécaniques sur la stabilité d'un ski.

Finalement, le cinquième chapitre de ce document, la conclusion, présente un résumé des travaux effectués et des contributions originales de ce projet de recherche ainsi que des nouvelles perspectives de recherche.

CHAPITRE 2

ÉTAT DE L'ART

On peut diviser l'état de l'art en cinq catégories principales d'intérêt pour ce projet de recherche. Les quatre premières sont : les techniques de mesure des propriétés mécaniques des skis, les stratégies de modélisation de la neige dans le cadre de l'interaction avec la base et les carres du ski, les stratégies de modélisation du ski alpin et les stratégies de modélisation du skieur. Les travaux de la cinquième catégorie portent sur l'élaboration de critères pour quantifier la performance d'un ski, ou indices de performance, et font usage d'un ou plusieurs modèles et techniques des quatre premières catégories afin d'explorer les relations entre les différentes propriétés mécaniques d'un ski et sa performance.

Dans toutes ces sections, les référentiels et symboles présentés dans les figures ci-dessous sont utilisés. La Figure 2.1 montre un ski non déformé, à plat sur une surface neigeuse, et un référentiel \hat{N} avec \hat{n}_x dans la direction de la vitesse du skieur, tangentielle à la trajectoire (en pointillé), la direction \hat{n}_y , perpendiculaire à la surface neigeuse et au ski et orientée vers le haut, et la direction \hat{n}_z , parallèle à la surface sur laquelle glisse le ski et orientée du centre du rayon de la trajectoire vers l'extérieur, avec l'origine placée au centre du contact entre la botte et le ski. La Figure 2.2 présente le ski soumis à des rotations de corps rigide, puis déformé par les forces neigeuses lors d'un virage. Cette figure présente aussi le référentiel du ski \hat{s} , obtenu en l'alignant initialement avec le référentiel \hat{n} , puis en lui faisant subir les mêmes rotations imposées au ski, soit une rotation θ autour de \hat{n}_y suivi d'une rotation $-\phi$ autour de \hat{s}_x , correspondant à l'angle d'inclinaison latérale, et d'une rotation ϕ autour de \hat{s}_z , correspondant à l'inclinaison avant/arrière.

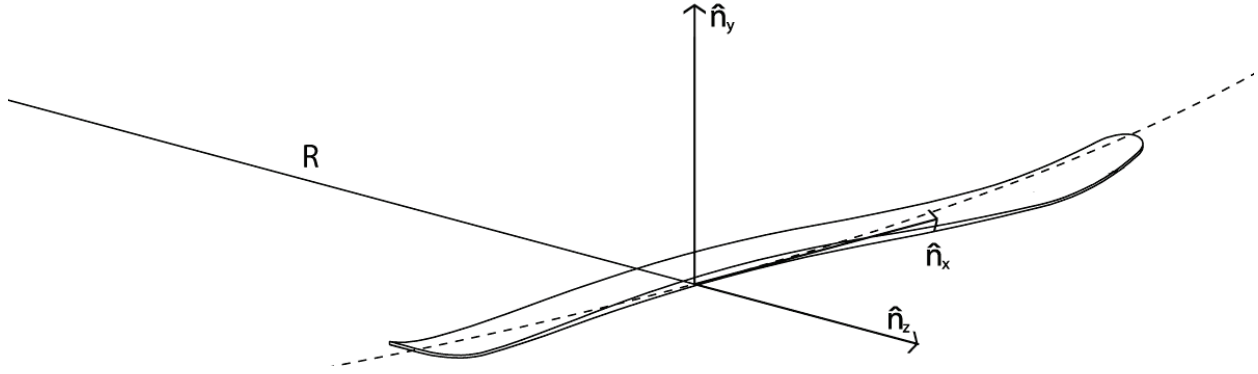


Figure 2.1 – Ski non déformé et référentiel N.

On voit le vecteur \hat{n}_x aligné avec la vitesse (tangential au rayon de la trajectoire), \hat{n}_y , perpendiculaire à la surface neigeuse et orientée vers le haut et \hat{n}_z dirigé du centre du rayon de la trajectoire vers l'extérieur.

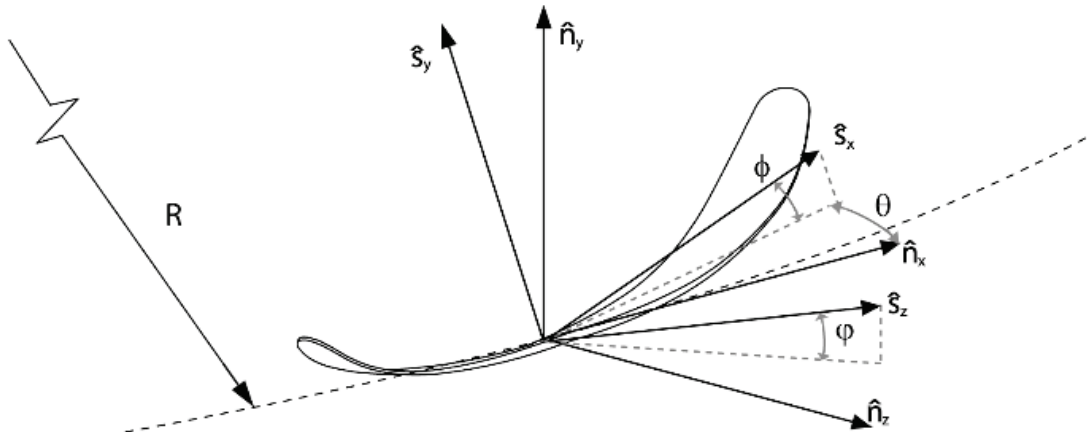


Figure 2.2 – Ski déformé par les forces neigeuses suite à l'imposition de rotations à la botte.

Le ski a subi une rotation de θ autour de \hat{s}_y , suivi d'une rotation de $-\phi$ autour de \hat{s}_x , puis d'une rotation de ϕ autour de \hat{s}_z .

2.1 Techniques et méthodes de mesure des propriétés mécaniques

La norme ISO5902 régit la mesure des propriétés élastiques d'un ski alpin. Cette norme prévoit la mesure de la rigidité en flexion du centre, de l'avant et de l'arrière du ski. La rigidité en torsion est mesurée pour l'avant et l'arrière du ski seulement. Cette norme ne prévoit pas de mesure pour la rigidité en flexion latérale, qui est typiquement considérée négligeable [Howe, 1983] [Glennie et coll., 1997]. La rigidité en flexion au centre du ski est déterminée en mesurant la déformation lors d'un test de flexion en 3 points. Les rigidités en flexion et en torsion des extrémités sont déterminées en mesurant la déformation du ski lors d'un test de déformation de type encastrement-force et encastrement-couple, respectivement. Les rigidités

(k) sont ensuite calculées à partir de l'équation 2.1, ce qui donne un résultat dont les unités sont des N/mm ou des Nm/°, pour les tests en flexion et en torsion, respectivement.

$$k = \frac{F}{\Delta y} \quad (2.1)$$

Cette méthode de mesure n'est pas idéale pour plusieurs raisons. D'abord, la distance entre les rouleaux dans le test de flexion en trois points et la distance entre l'encastrement et le point d'application de la force dans les tests encastrement-force ou encastrement-couple varie selon la longueur du ski étudié. Ceci rend la comparaison de skis de longueurs différentes difficile. Il est possible de découpler la rigidité de la longueur du segment utilisé pour le test en exprimant la rigidité par le paramètre EI , ou GJ en torsion. Pour un test de type encastrement-force en flexion, par exemple, la rigidité de section EI est reliée à la force appliquée et à la déformation au point d'application par l'équation 2.2 [Bazergui, 2002].

$$EI = \frac{FL^3}{3\Delta x} \quad (2.2)$$

Même en découplant la rigidité de la longueur, on voit que le résultat est une mesure moyenne de la rigidité du ski sur toute la longueur testée. Comme la rigidité d'un ski n'est pas uniforme et est typiquement beaucoup plus grande au centre qu'aux extrémités [Howe, 1983], une valeur de rigidité moyenne ne suffit pas à modéliser la déformation du ski soumis à un chargement donné [Brouillette, 2002]. Pour ces raisons, d'autres méthodes ont été développées afin de mesurer la rigidité locale en fonction de la position longitudinale x , $EI(x)$, d'une poutre, au lieu de sa rigidité moyenne.

Une publication précédente [Brouillette, 2002] a comparé trois méthodes différentes pour obtenir le profil de rigidité en flexion $EI(x)$ d'un bâton de golf. Ces méthodes sont aussi applicables à la flexion d'un ski alpin. La première méthode est de mesurer le profil de déformation sur la longueur du bâton, lorsqu'encasté au manche et soumis à une force appliquée au bout du bâton. La rigidité est reliée à la deuxième dérivée de la déformation et à la force appliquée par l'équation 2.3.

$$EI(x) = \frac{M(x)}{d^2y/dx^2} = \frac{F(L-x)}{d^2y/dx^2} \quad (2.3)$$

Par contre, lorsque x tend vers L , près du bout du bâton, le numérateur tend vers zéro et les erreurs relatives sont très grandes. Cette méthode n'est donc pas précise à l'extrémité de la poutre. De plus, l'utilisation de la méthode des différences finies pour estimer la deuxième dérivée de la déformation rend la méthode très sensible au bruit.

La deuxième méthode proposée est une variante sur la première méthode, où la force est appliquée près de l'encastrement, et est successivement appliquée de plus en plus loin, jusqu'au bout du bâton de golf. La déformation est mesurée au point d'application de la force pour chaque test. Des manipulations mathématiques permettent d'isoler la rigidité du dernier segment de la rigidité totale, connaissant les rigidités des segments antérieurs.

La troisième méthode requiert aussi d'effectuer plusieurs tests, cette fois en appliquant une force au bout du bâton et en reculant l'encastrement de façon incrémentale entre chaque test. La déformation est mesurée au bout du bâton pour chaque test. Puisque pour un test de type encastrement-force, la courbure et le moment de flexion sont maximaux près de l'encastrement, cette méthode permet de concentrer les déformations dans le segment d'intérêt.

En utilisant cette dernière méthode, la rigidité d'un bâton de golf a pu être mesurée à des intervalles de 12.5 cm avec une erreur ne dépassant pas 4%. Toutefois, il est nécessaire d'effectuer des mesures avec le bâton encastré à plusieurs endroits différents, ce qui peut être très long.

Les limitations de la norme ISO5902 ont été surmontées en conservant les mêmes cas de chargement en flexion et en torsion, mais en mesurant la déformation du ski sur toute sa longueur, et non pas en un seul point, à l'aide d'un capteur de distance à base de laser [Lüthi et coll., 2006] [Rainer et coll., 2005]. Par contre, peu d'informations sont fournies quant à la précision des résultats ainsi qu'à la méthode utilisée pour approximer la deuxième dérivée de la déformation afin de minimiser la sensibilité au bruit. Un article subséquent de la même université [Heinrich et coll., 2011] propose un algorithme d'optimisation à l'aide de la méthode des moindres carrés pour recréer un profil de rigidités à bases de *splines* afin d'ajuster la courbe de déformations modélisées aux déformations enregistrées, ce qui évite l'approximation des dérivées par les différences finies. Par contre, cette méthode ne permet pas de mesurer des changements abrupts ou non continus du profil de rigidité, en raison de la nature continue des *splines*. Par ailleurs, l'utilisation d'un capteur à base de laser rend l'outil dispendieux.

Une méthode innovatrice fait usage d'un outil à trois points de contact pour estimer la courbure en flexion d'une planche à neige [Subic et *coll.*, 2008] soumise aux mêmes chargements que ceux spécifiés dans la norme ISO5902. L'outil est présenté à la Figure 2.3.

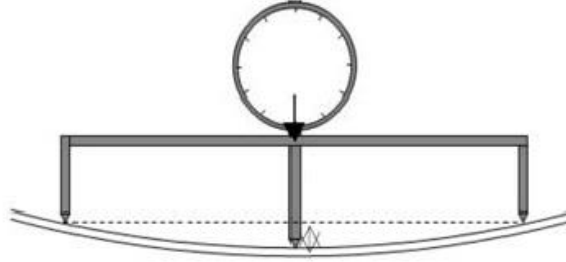


Figure 2.3 - Outil pour mesurer la courbure [Subic et *coll.*, 2008]

La courbure est estimée à l'aide de l'équation 2.4 [Subic et *coll.*, 2008] :

$$R \approx \frac{L^2}{8y} \quad (2.4)$$

En utilisant une distance de 200 mm entre les points de contact extérieurs et un capteur avec une amplitude de 20 mm, la rigidité en flexion a pu être mesurée avec une précision de 5%. La rigidité en torsion a été calculée en estimant la déformation angulaire à partir des déformations verticales le long d'une des carres de la planche. Bien que cette méthode permette l'utilisation d'un capteur moins coûteux que les méthodes précédentes, la mesure de la courbure sur un intervalle de 200 mm limite la fidélité de la mesure dans le cas de changements de rigidités abrupts ou non-continus.

2.2 Stratégies de modélisation de l'interaction ski-neige

La modélisation de la neige et spécifiquement l'interaction de celle-ci avec la base et les carres d'un ski alpin est un domaine complexe en raison de la nature du matériau étudié, hautement non linéaire (on n'a qu'à penser aux traces laissées par les skieurs lors de virages sur une surface fraîchement préparée). De plus, les propriétés mécaniques peuvent varier grandement en fonction de son niveau de compaction. On peut séparer les forces entre le ski et la neige en forces parallèles à la base du ski, le frottement, et en forces normales à la surface du ski, les forces de réaction.

2.2.1 Frottement

Le frottement entre la neige et la base d'un ski est un phénomène complexe influencé par des paramètres tels que la température, la forme des cristaux de neige et le type de cire utilisée sur la base [Lind et Sanders, 1997]. Ainsi, peu de modèles précis existent. Des expériences effectuées sur piste suggèrent des valeurs pour le coefficient de frottement sec d'environ 0.01 en ligne droite et de 0.06 à 0.15 en situation de traverse, lorsque la trajectoire du ski est à un angle par rapport à la pente [Mote et *coll.*, 1996]. L'analyse vidéo d'un skieur sur une piste de course suggère des valeurs de 0.05 à 0.45 [Kaps et *coll.*, 2002]. Par contre, cette dernière analyse définit le frottement comme la force tangentielle à la trajectoire analysée. Il est donc probable que le frottement soit surestimé dans les cas où les skis ne sont pas alignés avec la trajectoire, ce qui entraîne le dérapage des skis et une augmentation du freinage. Par contre, le frottement demeure, dans tous les cas d'intérêt, relativement petit et des modèles plus précis ne semblent pas être nécessaires : des simulations effectuées avec un frottement sec constant ou avec un frottement visqueux linéaire sont en bon accord avec les résultats expérimentaux [Brooks et *coll.*, 2006] [Mössner et *coll.*, 2014].

2.2.2 Forces normales à la base du ski

La manière la plus simple de modéliser la neige est de la considérer comme une surface rigide [Howe, 1983] [Jentschura et Fahrback, 2004]. Cette hypothèse peut être valide pour approximer certaines conditions neigeuses où la surface est très dure, mais en général, la déformation de la surface neigeuse est significative.

Un modèle empirique pour prédire les forces entre la neige et le ski a été développé à partir d'expériences en laboratoire sur l'usinage de blocs de glace par [Lieu et Mote, 1984]. Dans ces expériences, les forces sur l'outil ont été mesurées pour différentes vitesses, profondeurs et angles de coupe. La Figure 2.4 montre la pénétration d'un outil dans une surface neigeuse (e) ainsi que l'angle de coupe (ϕ).

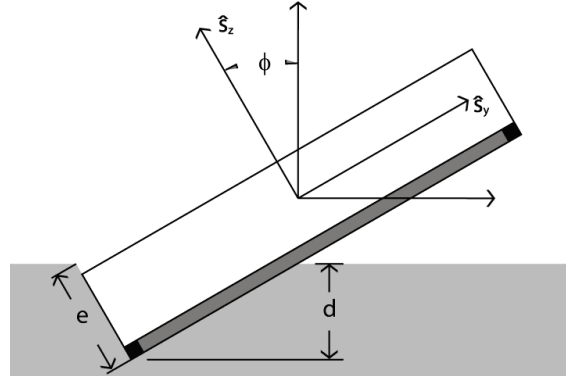


Figure 2.4 – Pénétration d’une section de ski dans la neige lors d’un virage
 Le ski pénètre d’une distance d normale à la surface neigeuse et d’une distance e normale à la base du ski. Le ski coupe la surface neigeuse à un angle de coupe ϕ .

Les résultats de ces expériences ont démontré que la force de coupe était fonction de l’angle et de la profondeur de coupe, mais n’était pas influencée par la vitesse. De plus, la force était toujours orientée normale à la surface de coupe. Ces résultats ont été adaptés à la neige par [Renshaw et Mote, 1989] grâce à l’ajout d’un facteur d’échelle de 0.02, ce qui a conduit à l’équation 2.5 pour représenter la force par unité de longueur. Cette force représente une borne supérieure sur la force appliquée sur le ski par la neige; lorsqu’elle est atteinte, le ski dérape.

$$F_{neige} = K_f \cdot f(\phi, e) = 0.02 \left[\frac{16120}{\sin^{3.7}(\phi)} - 15510 \right] [39.37e]^{(-0.37\phi + 0.7)} \quad (2.5)$$

Un deuxième modèle empirique [Brown et Outwater, 1989], qui utilise des données provenant d’expériences réalisées directement sur la neige, a été simplifié dans des travaux ultérieurs [Nordt et coll., 1999] afin d’ignorer le frottement. Ce modèle est présenté à l’équation 2.6, où τ est la résistance au cisaillement de la neige. Une valeur de 25 kPa a été utilisée pour la résistance au cisaillement. Comme dans le modèle précédent, la force maximale est fonction de la profondeur de pénétration et de l’angle de coupe et est dirigée normale à la surface de coupe.

$$F_{neige} = \frac{\frac{\tau e}{\sin(\phi/2)}}{\sin(\phi) \cos(\phi/2) - \cos(\phi) \sin(\phi/2)} \quad (2.6)$$

Puisque les données provenaient directement de tests sur neige, cette deuxième méthode a l’avantage d’éliminer le coefficient d’échelle, dont la valeur avait été fixée afin d’obtenir des pénétrations de ski réalistes.

Une alternative à ces modèles est de modéliser la force normale à la base du ski par analogie avec la force créée par un jet d'eau lors de l'impact avec une plaque, proportionnelle à la densité de la neige, au carré de la vitesse et à l'aire de neige déplacée, montrée à l'équation 2.7 [Hirano et Tada, 1994].

$$F_{neige} = \rho AV^2 \quad (2.7)$$

Ce modèle de neige a été utilisé afin de simuler le virage d'un ski. L'allure qualitative du déplacement du skieur est en accord avec la trajectoire curviligne typique d'un skieur lors d'un virage. Par contre, le modèle n'a pas été autrement validé et n'a pas été repris dans des travaux subséquents. Toutefois, il est inclus dans cette revue bibliographique par souci de rigueur.

Une autre publication a été la première à proposer un modèle de la neige dans laquelle les forces agissant sur le ski n'étaient pas nécessairement orientées dans la direction normale à la base [Bruck et coll., 2003]. Selon ce modèle, les forces sont séparées en forces normales à la surface neigeuse, en forces dites latérales, perpendiculaires à la carre du ski en contact avec la neige et dans le plan de la surface, et en forces de frottement, parallèles à la carre du ski en contact avec la neige et aussi dans le plan de la surface (un frottement sec constant a été utilisé, tel qu'expliqué à la section précédente).

La force normale à la surface neigeuse est fonction de l'angle de coupe (ϕ), de la pénétration (e) et de la rigidité de la neige (H , en N/mm³), tel que montré à l'équation 2.8. Les coefficients d'échelle (c_1, c_2, c_3) sont déterminés expérimentalement.

$$F_{neige, n_y} = c_1 H \phi + c_2 H e + c_3 H^2 e \quad (2.8)$$

La limite supérieure sur la force latérale par unité de longueur est fixée par la résistance en cisaillement de la neige selon l'équation 2.9. Par contre, peu d'information est donnée sur la méthode utilisée pour déterminer les coefficients utilisés dans l'équation de la force normale ainsi que la résistance au cisaillement.

$$F_{latérale, max.} = \tau d \quad (2.9)$$

Ce modèle est aussi le premier à avoir été validé par des tests sur la neige; la simulation du virage d'un chariot à deux skis utilisant ce modèle a pu être reproduite dans un test physique et a démontré que ce modèle est en mesure de prévoir avec précision les forces générées sur un ski

par la neige. Cependant, des expériences sont nécessaires pour identifier des valeurs de coefficients ainsi que de résistance au cisaillement de la neige.

Ce dernier modèle a subséquemment été amélioré en remplaçant le modèle de pénétration par un modèle hypoplastique [Mössner et coll., 2006], où la force normale à la surface neigeuse varie linéairement avec la pénétration lors de la première déformation, mais où le déchargement de la neige a une composante élastique, une composante hypoplastique, où la rigidité est plus élevée, et une composante plastique. La Figure 2.5, tirée de la publication en question, montre la relation entre la pression et la pénétration pour un cycle de chargement-déchargement du modèle hypoplastique.

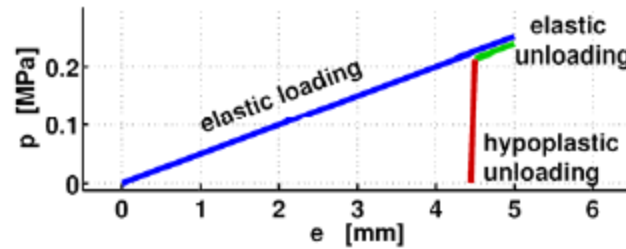


Figure 2.5 - Modèle de déformation hypoplastique [Mössner et coll., 2006]

L'équation 2.10 [Mössner et coll., 2006] montre la relation pression-pénétration pour le modèle hypoplastique.

$$p(x, y) = \begin{cases} H \cdot e(x, y) & 0 < e < e_{\text{él.}+\text{hypo.}} = e_{\text{max}} & \text{chargement élastique} \\ H \cdot e(x, y) & e_{\text{él.}} < e < e_{\text{él.}+\text{hypo.}} & \text{déchargement élastique} \\ H \frac{e(x, y) - e_{\text{hypo.}}}{e_{\text{él.}} - e_{\text{hypo.}}} & e_{\text{hypo.}} < e < e_{\text{él.}} & \text{déchargement hypoplastique} \\ 0 & e < e_{\text{hypo.}} & \text{aucun chargement} \end{cases} \quad (2.10)$$

Un tel modèle permet d'expliquer la déformation plastique apparente laissée par le passage de skis sur une surface neigeuse.

Des travaux subséquents [Mössner et coll., 2014] ont comparé le modèle élastique linéaire et le modèle hypoplastique. Des simulations effectuées avec les deux modèles ont été comparées aux résultats de tests physiques effectués avec un chariot équipé de deux skis pour deux rayons de virage différents. Ces résultats ont démontré que le modèle hypoplastique permettait une meilleure approximation de la trajectoire du chariot que le modèle linéaire. Des valeurs de H de 0.67-0.120 N/mm³ et de τ de 0.057-0.150 N/mm² ont été mesurées lors des tests physiques

sur neige; ces valeurs correspondent à de la neige sur piste dans un centre de ski. À ce jour, le modèle hypoplastique semble être le modèle le plus approprié, et le mieux validé, afin de modéliser avec fidélité le comportement de la neige sur laquelle glisse un ski.

2.3 Stratégies de modélisation du ski alpin

Les stratégies de modélisation des déformations d'un ski alpin utilisées dans des travaux antérieurs peuvent être classées en quatre catégories principales. La première méthode est simplement d'estimer le rayon de courbure en virage à partir de l'angle d'inclinaison (ϕ) et du rayon de courbure du ski non déformé. Les stratégies plus complexes modélisent le ski comme une poutre Euler-Bernoulli, comme un ensemble de corps rigides connectés par des ressorts, ou encore modélisent le ski par la méthode des éléments finis.

2.3.1 Géométrie seulement

La stratégie la plus simple afin de modéliser le rayon du ski alpin déformé (r) sur une surface rigide est présentée par l'équation 2.11 [Howe, 1983] [Jentschura et Fahrbach, 2004].

$$r = r_{sc} \cos(\phi) \quad (2.11)$$

Cette méthode a l'avantage d'être très simple, ce qui peut faciliter la compréhension des concepts fondamentaux en jeu. Cependant, elle est compatible uniquement avec le modèle de surface neigeuse rigide et elle ne permet pas de prévoir la distribution de pression sous le ski, qui est fondamentale à la performance [Glennie et coll., 1997].

2.3.2 Poutre Euler-Bernoulli

La modélisation du ski à l'aide d'une poutre Euler-Bernoulli a été utilisée dans plusieurs travaux sur la déformation en virage de skis alpins [Heinrich et coll., 2010] [Kaps et coll., 2001] [Renshaw et Mote, 1989]. Dans ce cas, le ski est considéré comme une poutre encastree à la botte et libre aux extrémités. La rigidité en flexion latérale pourrait être considérée dans le modèle, mais a toujours été négligée. Les déformations en flexion et en torsion sont reliées aux forces et aux moments appliqués au ski par les équations 2.12 et 2.13, respectivement.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2}{dx^2} y \right) = f_y(x, y, \phi) \quad (2.12)$$

$$\frac{d}{dx} \left(GJ \frac{d}{dx} \phi \right) = m_x(x, y, \phi) \quad (2.13)$$

Cette représentation du ski permet d'intégrer un des modèles de déformation de la neige présentés à la section précédente, mais nécessite la résolution numérique simultanée des équations différentielles afin d'obtenir la solution.

2.3.3 Approche multi-corps rigides

Une stratégie alternative qui permet d'éviter la résolution des équations différentielles est de modéliser le ski comme une multitude de corps rigides connectés par des ressorts au lieu d'un corps continu déformable [Bruck et coll., 2003] [Heinrich et coll., 2006] [Mössner et coll., 2006] [Mössner et coll., 2009] [Nordt et coll., 1999]. L'utilisation d'environ 20 segments pour un ski est typique. Une méthode pour déterminer les constantes de ressorts entre les segments est proposée dans une publication séparée [Mitiguy et Banerjee, 2000]. En contraste avec la méthode des éléments finis, où un corps déformable est modélisé par des éléments flexibles rigidement connectés, cette méthode utilise plutôt des corps rigides connectés de manière flexible [Mitiguy et Banerjee, 2000].

Bien que cette méthode permette jusqu'à 4 degrés de liberté entre chaque segment (correspondant à la flexion, la flexion latérale, la torsion et l'extension), en pratique seules la flexion et la torsion sont modélisées.

Cette méthode permet d'identifier rapidement de manière numérique la déformation du ski et est typiquement utilisée dans les codes de simulations plutôt que le modèle Euler-Bernoulli. Elle est aussi compatible avec tous les modèles de neige présentés précédemment.

2.3.4 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis peut aussi être appliquée à la modélisation de la déformation des skis alpins [Federolf et coll., 2010]. Cette méthode permet potentiellement de modéliser des phénomènes d'interaction localisés entre le ski et la neige, ainsi que d'analyser les contraintes locales lors de la déformation d'un ski. Par contre, la méthode est peu adaptée aux simulations de manœuvres à cause de sa lourdeur au niveau du temps de calcul. Ainsi, elle est peu utilisée à cette fin.

Parmi les quatre méthodes pour modéliser la déformation d'un ski présentées ci-dessus, l'approche multi-corps rigides est idéale pour les travaux présentés dans ce document puisqu'elle permet d'obtenir la distribution de pression sous le ski, tout en étant facile à implémenter. De plus, le temps de calcul requis pour obtenir la solution est petit par rapport à un modèle utilisant la méthode des éléments finis.

2.4 Stratégies de modélisation du skieur

La totalité des travaux visant à simuler un skieur effectuant un virage s'est limitée à modéliser le skieur comme une particule [Heinrich et coll., 2010] [Jentschura et Fahrbach, 2004] ou un corps rigide [Hirano et Tada, 1994] [Nordt et coll., 1999] [Renshaw et Mote, 1989], connectés à un ou deux skis. Bien que cette stratégie ne permette pas de modéliser avec fidélité toutes les manœuvres d'un skieur, elle permet néanmoins de modéliser certaines portions de manœuvres où le skieur n'altère pas radicalement sa position. Le corps rigide a l'avantage de modéliser les inerties du skieur dans le cas de simulations dynamiques, ce que le modèle de particule ne permet pas de faire. Dans le cas de simulations statiques ou quasi-statiques, il n'y a pas de différence.

La modélisation d'un seul ski est basée sur l'hypothèse que les deux skis seront déformés de manière similaire et permet de simplifier la simulation [Hirano et Tada, 1994] [Nordt et coll., 1999] [Renshaw et Mote, 1989], alors que la modélisation des deux skis a plutôt été employée afin de maximiser la précision d'une simulation, par exemple afin de la comparer à des tests physiques [Mössner et coll., 2006] [Mössner et coll., 2014].

Le skieur (particule ou corps rigide) peut posséder plusieurs degrés de liberté par rapport au ski. Dans les cas les plus simples, le skieur est soit rigidement connecté au ski, avec le centre de masse à une distance $+h$ du centre du ski dans la direction \hat{s}_y , ou connecté par un pivot permettant une rotation $\pm\varphi$ du centre de masse autour de \hat{s}_z . Un modèle plus complexe introduit deux degrés de liberté additionnels : la variation de la hauteur du centre de masse h , et une rotation du skieur par rapport au ski autour de \hat{s}_x [Nordt et coll., 1999].

Dans tous les modèles développés à date, le système entier ski-skieur peut avoir deux degrés de liberté par rapport à la surface neigeuse, soit une rotation θ autour de l'axe \hat{n}_y , et une inclinaison ϕ autour de l'axe \hat{s}_x .

Bien que l'introduction d'un plus grand nombre de degrés de liberté dans le modèle du skieur permette de modéliser avec plus de fidélité les manœuvres dynamiques complexes qu'implique un virage sur skis, cela complique d'autant la compréhension des principes de base en jeu. Ainsi, pour les travaux présentés dans ce document, la solution choisie est de modéliser un seul ski et de représenter le skieur par une masse ponctuelle rigidement connectée au ski. L'ensemble skieur-ski est soumis à des rotations imposées par rapport à la surface neigeuse.

2.5 Indices de performance et effet des propriétés mécaniques

Plusieurs travaux ont exploré l'effet des propriétés mécaniques d'un ski alpin sur sa performance sur neige.

Un modèle simple avec une surface neigeuse rigide (équation 2.11) et un skieur modélisé par une particule a été utilisé afin d'identifier un rayon de virage optimal en fonction de la vitesse du skieur [Jentschura et Fahrbach, 2004]. Des virages à des rayons plus petits et plus grands sont possibles, mais impliquent le dérapage du ski et donc un virage moins efficace.

Des simulations dynamiques de plusieurs virages successifs, avec un modèle de ski multi-segments et un modèle hypoplastique de déformation de la neige, ont été utilisés afin d'explorer l'effet de la rigidité en flexion d'un ski sur le rayon de virage [Heinrich et *coll.*, 2006] [Mössner et *coll.*, 2009]. Ces résultats ont démontré que lorsque la résistance de la neige est suffisamment grande pour prévenir le dérapage, le rayon de virage tend à croître pour une rigidité croissante, puisque le rayon déformé du ski est plus grand. Cependant, lorsque la résistance de la neige est trop basse pour prévenir le dérapage, l'inverse se produit. Une rigidité plus élevée conduit à une pénétration moyenne du ski dans la neige plus grande, et donc à une force latérale plus élevée, ce qui permet un rayon de virage plus petit.

Bien que ces travaux aient avancé la compréhension des phénomènes en jeu lors de l'interaction ski-neige dans un virage, ils ne proposent pas de critère numérique afin d'évaluer la performance. Dans une optique de performance en situation de course, le temps écoulé afin de

compléter un parcours donné a été proposé comme mesure de performance d'un ski [Nordt et coll., 1999] [Nachbauer et coll., 2004].

Dans le premier cas, une simulation dynamique de plusieurs virages successifs a été développée, intégrant un modèle de ski multi-segments et un skieur représenté par un corps rigide avec 4 degrés de liberté par rapport au ski (voir section précédente). Le temps écoulé a donc pu être évalué en simulation pour différents scénarios de virage et différents rayons de ski, ce qui a démontré qu'à basse vitesse, il existe un rayon de ski optimal, ce qui est en accord avec les résultats obtenus par le modèle plus simple présenté ci-dessus.

Dans le deuxième cas, une étude sur neige a été effectuée, où des paires de skis fabriquées avec trois niveaux de rigidité en flexion et trois niveaux de rigidité en torsion étaient utilisées par des skieurs sur un parcours prédéterminé [Nachbauer et coll., 2004]. Une rigidité en torsion basse et une rigidité en flexion élevée étaient corrélées avec des meilleurs temps de courses. Cependant, il est intéressant de noter qu'une autre étude [Federolf et coll., 2006] dans laquelle l'impression d'un ski était évaluée par des skieurs par le biais d'un questionnaire, a conduit à des résultats inverses : les skieurs préféraient des skis rigides en torsion et moins rigides en flexion. Ceci porte à croire que des facteurs externes à ceux étudiés, par exemple la longueur des skis utilisés pour les études, pourraient influencer de manière non négligeable les résultats. Par ailleurs, les étendues de rigidités étudiées n'étaient pas les mêmes dans les deux études.

Le second moment de distribution de pression longitudinale, définie à l'équation 2.14, a aussi été proposé comme critère de stabilité [DeCecco et Angrilli, 1999], l'idée étant qu'un ski dont la pression est distribuée loin du centre sera plus stable qu'un ski dont la pression est concentrée sous la botte. L'évolution de ce critère en fonction des angles ϕ et φ a aussi été étudié.

$$M = \frac{\iint_{x,y} (x - x_0)^2 p(x, y)}{F_{totale}} \quad (2.14)$$

Il a été démontré que globalement, la stabilité croît avec l'inclinaison ϕ et aussi avec φ , lorsque le skieur déplace son centre de masse vers l'arrière du ski. Une discussion de ces résultats montre qu'ils sont qualitativement en accord avec les manœuvres habituelles d'un skieur à l'entrée et à la sortie d'un virage. Par contre, l'amplitude de déplacement avant/arrière du centre de masse étudiée est petite par rapport aux mouvements qu'il est possible pour un skieur d'exécuter

(déplacements de 0 à 5 cm vers l'arrière et jusqu'à 15cm vers l'avant). Les tendances observées ne peuvent pas nécessairement être extrapolées à des déplacements plus grands du centre de masse.

Finalement, une simulation de virage quasi-statique avec un skieur représenté par un corps rigide à un seul degré de liberté, soit l'inclinaison ϕ , un ski modélisé par une poutre Euler-Bernoulli et le modèle de neige de [Lieu et Mote, 1984] a été utilisé afin d'étudier la stabilité en virage des skis alpins [Renshaw et Mote, 1989]. La performance du virage a été exprimée à l'aide de deux critères : l'efficacité, soit la force normalisée tangentielle à la trajectoire nécessaire pour obtenir l'équilibre des forces, et la sensibilité, soit la variation du moment d'équilibre en fonction de l'inclinaison avant-arrière, $\frac{\partial M_x}{\partial \phi}$. En simulant le virage pour différents angles de rotation θ , d'inclinaison ϕ et φ et pour plusieurs skis et conditions neigeuses, il a été démontré qu'il existe une carte typique de sensibilité, d'allure similaire pour tous les cas. Un exemple est montré à la Figure 2.6.

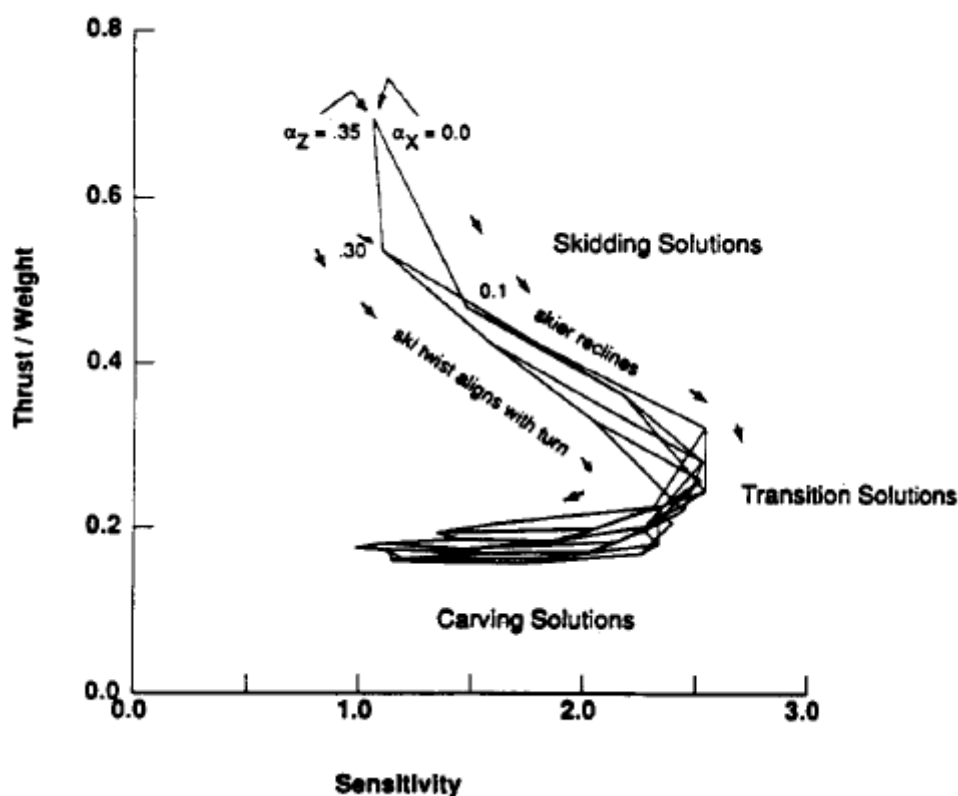


Figure 2.6 - Carte de virages possibles [Renshaw et Mote, 1989]

Selon cette carte, l'efficacité maximale, ou la force normalisée minimale, est atteinte lorsque le ski est aligné avec la trajectoire et que le dérapage est minimisé (*Carving Solutions*) alors que l'efficacité minimale correspond à des virages dérapés (*Skidding Solutions*). La sensibilité maximale, quant à elle, est obtenue lors de la transition entre le virage coupé et le virage dérapé. Une étude de l'évolution de ces critères de performance en fonction des propriétés mécaniques a démontré que l'augmentation de la rigidité en flexion conduit à une efficacité plus grande, mais aussi à une sensibilité accrue.

2.6 Conclusion

De la revue de littérature sur les méthodes de mesure des rigidités en flexion et en torsion de skis alpins, présentée à la première section de ce chapitre, on peut retenir la nécessité de développer une méthode de mesure peu coûteuse tout en demeurant exacte, surtout dans le cas de changements de rigidités abrupts ou non-continus. Cette méthode doit aussi être rapide, afin de rendre possible la mesure d'un grand nombre de skis alpins.

Les sections 2.2, 2.3 et 2.4 présentent les méthodes de modélisation de la neige, du ski et du skieur, respectivement. Dans ces domaines, il existe un bon nombre de méthodes qui diffèrent dans la précision des résultats obtenus mais aussi dans la lourdeur et la complexité de calcul, des modèles simples et rapides aux modèles complexes et longs à résoudre. Les modèles retenus pour les travaux présentés dans ce document, soient les modèles de neige linéaire et hypoplastique, la modélisation du ski par une approche multi-corps rigides et la modélisation du skieur par une particule rigidement connectée au ski, présentent le bon équilibre entre précision et rapidité de calcul pour l'utilisation prévue.

Finalement, la revue de littérature sur les indices de performance existants fait ressortir l'existence d'un indice tout indiqué pour évaluer la stabilité d'un ski alpin, soit le second moment de la distribution longitudinale de pression sous le ski. Par contre, il n'existe aucune étude sur l'étendue des valeurs que peut prendre cet indice pour des skis typiques, ou encore sur l'impact des différentes propriétés mécaniques d'un ski sur cet indice. C'est ce qui a motivé les travaux présentés dans ce document.

CHAPITRE 3

MESURE DES DISTRIBUTIONS DE RIGIDITÉ

Avant-Propos

Auteurs et affiliations :

J. Truong : étudiant à la maîtrise, Université de Sherbrooke, Faculté de génie,
Département de génie mécanique
C. Brousseau : étudiante à la maîtrise, Université de Sherbrooke, Faculté de génie,
Département de génie mécanique
A. Lussier Desbiens : professeur adjoint, Université de Sherbrooke, Faculté de génie,
Département de génie mécanique

Date d'acceptation : 1^{er} mai 2016

État de l'acceptation : version finale publiée

Revue : Procedia Engineering - The Engineering of Sport 11

Référence : [Truong *et coll.*, 2016]

Titre français : Méthode de mesure des distributions de la rigidité en flexion et en torsion de skis alpins

Contribution au document :

Cet article contribue au mémoire en présentant les nouvelles méthode et machine développées afin de mesurer les propriétés mécaniques (distributions de rigidités en flexion et en torsion, profils de cambrure et des carres) d'un ski alpin de manière précise et rapide. L'article présente aussi les travaux effectués afin de quantifier la précision et la répétabilité des mesures, et le temps requis pour mesurer un ski.

Contribution de l'auteur à l'article :

L'auteur du mémoire a contribué aux travaux présentés dans cet article en participant au développement de la technologie de mesure des rigidités par les déformations angulaires. L'auteur était aussi responsable de la conception détaillée et la fabrication du banc de test de

mesure de skis et a participé à son assemblage. De plus, l'auteur a participé au développement du logiciel nécessaire pour interfacer avec le banc de test et traiter les données recueillies.

Résumé français :

Une nouvelle méthode non destructive permettant de mesurer rapidement, précisément et simultanément les distributions de rigidité de torsion et de torsion d'un ski alpin est présentée. Cette méthode, appelée SMAD (Mesure des rigidités par les déformations angulaires), est basée sur la mesure des déformations angulaires résultant de l'application d'une charge combinée de flexion et de torsion connue. L'exactitude et la répétabilité de la méthode sont étudiées et sont en moyenne inférieures à 2% et 3%, respectivement. Le couplage dans la mesure des déformations de flexion et de torsion lors du chargement combiné dû au désalignement du ski dans la machine d'essai est étudié. La déformation de torsion mesurée s'est révélée indépendante de la charge de flexion. La déformation en flexion mesurée a été jugée dépendante de la charge de torsion, mais cet effet peut être éliminé par un alignement soigné du ski dans la machine d'essai.

Note : À la suite des corrections demandées par les membres du jury, cet article diffère de ce qui a été soumis.

11th conference of the International Sports Engineering Association, ISEA 2016

A METHOD FOR MEASURING THE BENDING AND TORSIONAL STIFFNESS DISTRIBUTIONS OF ALPINE SKIS

Jonas Truong¹, Camille Brousseau¹ and Alexis Lussier Desbiens^{a,**}

^aSherbrooke University, Department of Mechanical Engineering, 2500 Université blvd., Sherbrooke Qc J1K 2R1
Canada

3.1 Abstract

A novel non-destructive method for quickly, accurately and simultaneously measuring the bending and torsional stiffness distributions of an alpine ski is presented. This method, named SMAD (Stiffness Measurement through Angular Deformations), is based on measuring the angular deformations resulting from a known combined bending and torsion load. The method's accuracy and repeatability is investigated and are on average under 2% and 3%, respectively. The coupling in the measurement of the bending and torsional deformations during combined loading due to ski misalignment in the test machine is investigated. The measured torsional deformation was found to be independent of the bending load. The measured bending deformation was found to be dependent on the torsional load but this effect could be limited by careful alignment of the ski in the test machine.

© 2016 The Authors. Published by Elsevier Ltd.

Peer-review under responsibility of the organizing committee of ISEA 2016

Keywords: Stiffness; Rigidity, Bending, Flexural, Torsional, Measurement

¹ Both authors contributed equally to this article

^{**} Corresponding author. Tel.: 1 819 821-8000 # 62147

E-mail address: Alexis.Lussier.Desbiens@usherbrooke.ca

3.2 Introduction

An accurate method for the measurement of the bending and torsional stiffness distributions of alpine skis is highly desirable, as these mechanical properties play a major role in determining how a ski will perform [Howe, 1982]. Such a method can find many applications in the areas of research and development, quality control, product reviews and online retail. Over the years, numerous methods have been developed to measure an alpine ski's bending and torsional stiffnesses. ISO Standard 5902 describes a test procedure to determine average bending spring constants for the forebody, afterbody and center of an alpine ski, as well as torsional spring constants for the fore and afterbody. In this method, one end of the section of interest is clamped while the deflection resulting from a known bending or torsional load applied at the free end is measured. Methods to obtain the distribution of bending stiffness (i.e., $EI(x)$, the ratio of an applied bending moment and the beam's resulting curvature) and torsional stiffness (i.e., $GJ(x)$, the ratio of an applied torque and the resulting twist angle rate-of-change) of structural beams along their length (e.g., alpine skis, golf shafts, hockey sticks) also exist and are based on the measurement of the beam deformation profile under a known load. Methods for applying a load to the ski include 3-point bending tests [Lüthi *et al.*, 2006] [De Gobbi and Petrone, 2008] [Subic *et al.*, 2008], cantilever/end-load bending tests [Brouillette, 2002], as well as cantilever/end-torque torsion tests [Lüthi *et al.*, 2006] [De Gobbi and Petrone, 2008] [Subic *et al.*, 2008]. Variations on such methods have also been proposed, such as multiple tests on short segments, where each test location is moved along the length of the beam [Brouillette, 2002]. Methods for measuring the deformation profile include measuring the vertical deflection through the use of a laser transducer [Lüthi *et al.*, 2006], an LVDT transducer contacting the surface of the ski [De Gobbi and Petrone, 2008] as well as an infrared tracking system coupled with reflective markers mounted to the ski [De Gobbi and Petrone, 2008]. Another method for obtaining the deformation profile consists in estimating the curvature of the beam using a digital radius gauge [Subic *et al.*, 2008]. Due to the variable geometry of skis and the large number of new skis to test annually, it is desirable to have a method of characterization that is both accurate and faster than existing methods.

This paper presents a novel non-destructive method for rapidly obtaining high-resolution bending and torsional stiffness distributions of an alpine ski with few manipulations. The

SMAD (Stiffness Measurement through Angular Deformations) method, described in Section 3.3, is particularly suitable for the acquisition of large datasets and is based on the measurement of angular deformations created by a combined bending and torsional load. Section 3.4 evaluates the performance of the SMAD method. More specifically, its accuracy is validated by comparing the measurements taken on a prismatic, homogeneous beam with the average bending and torsional stiffnesses obtained from a 3-point bending test and a cantilever/end-torque torsion test. Multiple measurements are also repeated on a single alpine ski in order to assess the method's repeatability and sensitivity to operator errors. Finally, the coupling between the measured bending and torsion deformations is evaluated by comparing the stiffness distributions obtained by applying combined bending and torsion loads of different relative magnitudes.

3.3 Method

The SMAD method is based on the measurement of angular deflections. When a combined load is applied on an alpine ski, both bending and torsional stiffness profiles can be calculated from the simultaneous measurement of the bending and torsional angular deformation profiles. This section first describes the experimental setup used to bend and twist the ski as well as the measuring instruments. Then, the calculations required to estimate the stiffnesses from the angular deformation profiles are explained.

3.3.1 Experimental Setup

The apparatus used to apply a load to the ski and measure the resultant angular deformations is shown in Figure 3.1.

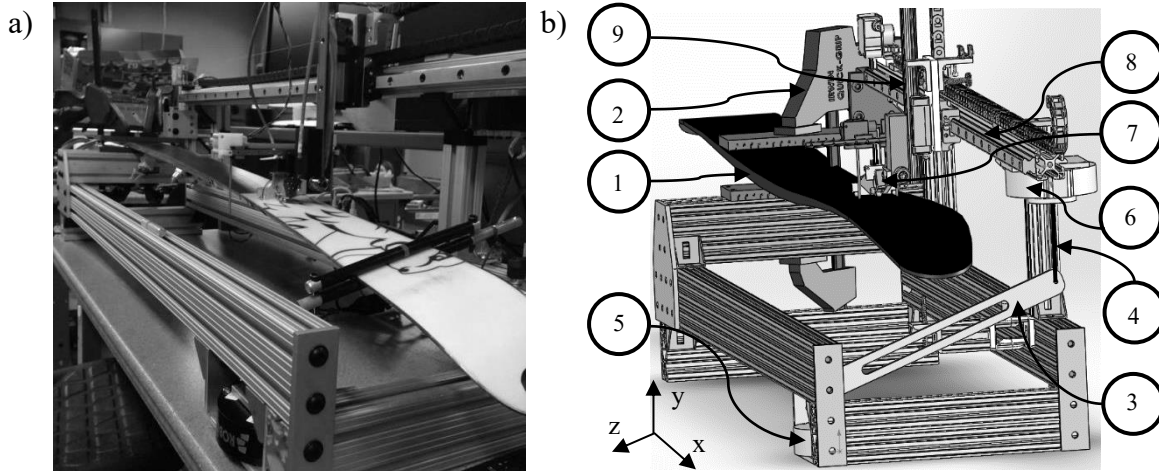


Figure 3.1 - Experimental setup
 Illustrated by a) a photo of the physical apparatus and b) a CAD drawing

The ski 1 is fixed in the clamp 2 upside-down near the boot area. A combined bending and torsion load is applied near the free end (i.e., tail or tip) through the fixture 3 consisting of two cylinders. Each end of the fixture is connected through ropes 4 to 3-axis force transducers 5 and 6 to measure the load and calculate the bending and torsional moment at all points along the ski. This setup creates a triangular distribution of bending moment that roughly matches the bending stiffness profile of a half-ski (i.e., the moment is greatest near the boot area, where the stiffness is the greatest, and reaches zero at the tip).

The measurement device 7, shown in Figure 3.2, consists of three spherical followers sliding along the surface of the ski base due to the sliders 8 and 9. The two rear followers 10 are mounted to the body 11 that is free to rotate about an axis parallel to the ski's torsional deformation, $\phi(x)$. This body, as well as the front follower 12, is mounted to the second body 13 free to rotate about the Z-axis and corresponding to the ski's bending deformation, $\theta(x)$. These two angular deformation distributions are measured using optical encoders 14 with a resolution of 0.009° .

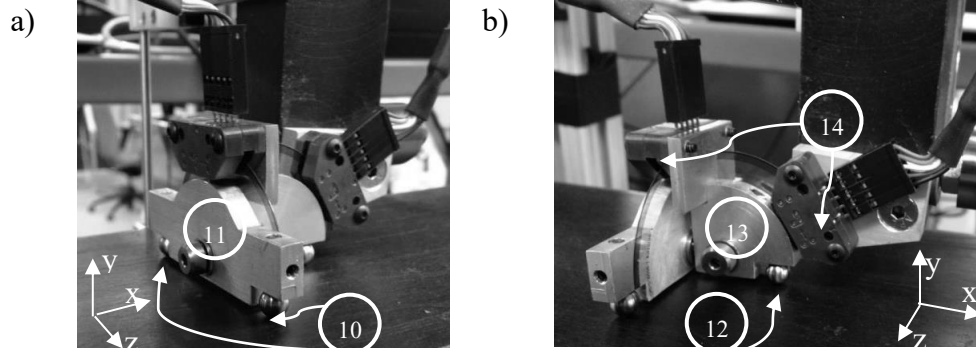


Figure 3.2 - Curvature measurement apparatus from a) back view and b) front view.

To obtain the stiffness distributions on the full length of the ski, the ski is divided in two overlapping sections, front and back, which are measured in separate tests. Testing only half the ski at a time in a clamped/free configuration facilitates the application of a combined bending and torsional load to the ski while still keeping the ideal triangular distribution of the bending moment. If the whole length of the ski were tested at once, a 3-point flexural test would be necessary to obtain the same triangular bending moment distribution. However, such a configuration would greatly complicate the simultaneous application of a torsional load.

For each half, the deformation is calculated by subtracting the measured unloaded shape (i.e., camber) from the deformed state under the applied load. Both tests results are combined using a reference marker placed in the overlapping region, while the measurements in this region are averaged together.

3.3.2 Stiffness calculations

The ski's bending stiffness (EI) is calculated with equation 3.1.

$$EI(x) = \frac{M_z(x)}{\kappa(x)} \quad (3.1)$$

Where M_z is the bending moment applied to the ski and κ is the resultant curvature. The curvature, which is the derivative of the bending angle (θ) with respect to the arc length, s , is approximated with the derivative with respect to the horizontal distance x :

$$\kappa(x) = \frac{d\theta}{ds} \approx \frac{d\theta}{dx} \quad (3.2)$$

This approximation leads to loss of accuracy of less than 1% for a typical ski. Similarly, the torsional stiffness (GJ) was calculated as the ratio of the applied torsion moment M_x to the resultant rate of change of the torsion angle with respect to x :

$$GJ(x) = \frac{M_x(x)}{d\phi/dx} \quad (3.3)$$

The derivatives $d\theta/dx$ and $d\phi/dx$ are themselves calculated using a centered finite differences ratio over a spatial step of 10 cm ($\Delta x = 0.05\text{m}$) such that:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{\phi_{x+\Delta x} - \phi_{x-\Delta x}}{2\Delta x}, \quad \frac{d\theta}{dx} = \frac{\theta_{x+\Delta x} - \theta_{x-\Delta x}}{2\Delta x} \quad (3.4)$$

A smaller spatial step size averages the stiffness measurement over a shorter interval. This is desirable to obtain a faithful reproduction of the actual stiffness distribution, especially near abrupt geometry or laminate changes. However, the step size is limited by the angular measurements resolution and/or noise. A step size of 10 cm was chosen as it provides a balance between these two conflicting requirements.

The bending and torsion moment distributions were calculated from the force transducer readings (\vec{F}_{sensor} , ± 0.5 N) and their position (\vec{r}_{sensor} , ± 1 mm) with the following equation:

$$\vec{M}(x) = \sum \left((\vec{r}_{sensor} - \vec{r}(x)) \times \vec{F}_{sensor} \right) \quad (3.5)$$

Where the position of the neutral axis, $\vec{r}(x)$, is estimated from the position of the measurement device (x , ± 1 mm) and from integrating the bending angle and setting the initial angle at the clamp to zero according to the following equation:

$$\vec{r}_x = \begin{bmatrix} x \\ \int_0^x \theta dx \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

3.4 Results and discussion

Three main tests were carried out in order to assess the above method's accuracy, its repeatability, as well as to investigate the presence of any coupling in the measurement of the bending and torsional deformations.

3.4.1 Method accuracy

In order to validate the accuracy of the method, a $25.6 \text{ mm} \pm 0.1 \text{ mm}$ thick, $77.7 \text{ mm} \pm 0.5 \text{ mm}$ wide prismatic beam was manufactured from a polyoxymethylene polymer (Nytel Plastics Unital C, $E = 2.52 \text{ GPa}$). Such a beam has a similar bending stiffness as existing alpine skis: the nominal bending stiffness EI is 274.1 Nm^2 . The shear modulus for the material used, necessary for estimating the nominal torsional stiffness, was not available from the manufacturer and literature values for various polyoxymethylene polymers can vary significantly. As such, the nominal torsional stiffness was not calculated. This beam's bending and torsional stiffness distributions were measured using the method described in the previous section. Both test results are illustrated in Figure 3.3.

For comparison, the average bending stiffness of the beam was evaluated with a 3-point bending test. The beam was simply supported at both ends on rollers spaced $1095 \text{ mm} \pm 2 \text{ mm}$ apart ($L = 1095 \text{ mm}$) and a load F of $131.9 \text{ N} \pm 0.05 \text{ N}$ was applied at midpoint. The resulting central deflection ν was measured with a digital caliper ($13.2 \pm 0.1 \text{ mm}$) to calculate the average bending stiffness with equation 3.7 [Bazergui, 2002], which resulted in an average bending stiffness of $272.6 \text{ Nm}^2 \pm 3.7 \text{ Nm}^2$.

$$EI = (FL^3) / 48\nu \quad (3.7)$$

The average torsional stiffness was evaluated by clamping the beam at one end and applying a torque at the other extremity. The test was carried out on a $788 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ long segment ($L = 788 \text{ mm}$) with an applied torque T of $30.0 \text{ Nm} \pm 0.3 \text{ Nm}$. The resulting angular deflection at the free end was then measured ($3.58^\circ \pm 0.03^\circ$) in order to calculate the average torsional stiffness with equation 8, resulting in a value of $377.7 \text{ Nm}^2 \pm 6.8 \text{ Nm}^2$.

$$GJ = TL / \Delta\phi \quad (3.8)$$

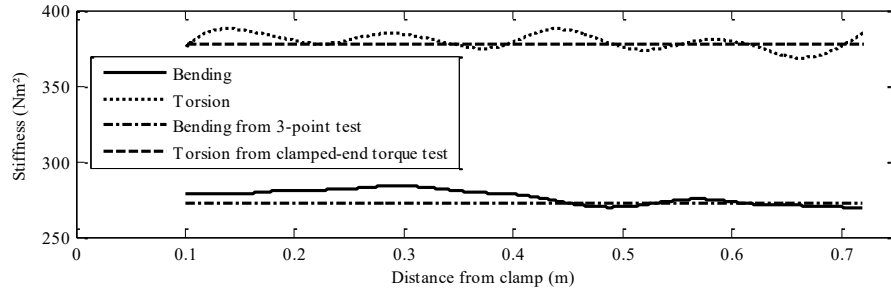


Figure 3.3 - Bending and torsional stiffnesses of a prismatic polymer beam with two methods

The previously described method's accuracy was evaluated by comparing the stiffness distributions to the average-test stiffnesses. Figure 3.4 shows the difference between these measurements in both bending and torsion. The maximum absolute difference between the measured distributions and the measured average stiffnesses are 4.1% in bending and 2.7% in torsion, while the average absolute differences are 1.8% in bending and 1.1% in torsion. These discrepancies are slightly larger than those expected because of the beam's geometry variation, which could account for stiffness variations of up to 1.8%, but could realistically be explained by slight variations in the material's mechanical properties.

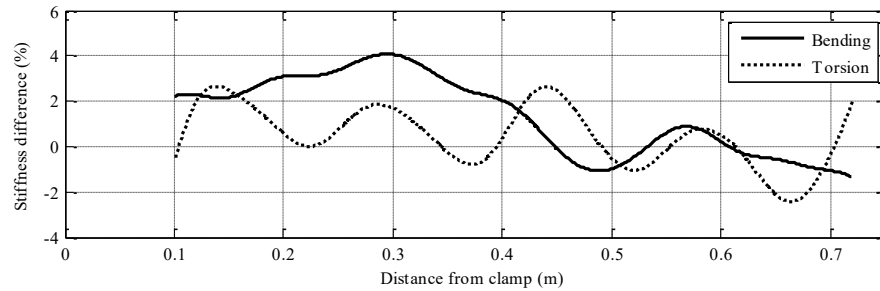


Figure 3.4 - Difference between local and average stiffnesses in both bending and torsion

3.4.2 Method repeatability

The method's repeatability was assessed by conducting five tests on an actual ski, a Dynafit Se7en Summit 2013 (178 cm), to measure stiffness curves for which the apparatus has been designed. On average, each test required less than 6 minutes to perform. Figure 3.5 and Figure 3.6 show the average stiffnesses of the 5 tests and the standard deviations in both bending and torsion.

Several factors influence the method's repeatability. Surface roughness and imperfections are present on all ski bases. If the ski is moved slightly between tests, the followers of the reading

head will not trace the exact same line before and after the application of the load and these imperfections will not cancel each other out. To reduce this effect, it is possible to filter the measurements. However, filtering assumes a certain data structure and might hide abrupt changes in stiffness.

Also, the choice of the clamped-free loading method induces variable uncertainty depending of the position along the length of the ski. The bending moment is greatest in the center of the ski, near the clamp, and nears zero at the tips, near the load application points. This small bending moment at the tips induces a large relative error as $(\vec{r}_{sensor} - \vec{r}(x))$ tends towards zero, which explains why the bending standard deviation increases further away from the center of the ski. In torsion, as the torque varies little along the length of the ski, the greater stiffness at the center of the ski leads to smaller angular variations and therefore larger relative uncertainties due to the sensor's finite resolution. Even so, the standard deviations are mostly under 5% with an average of 2.63% in bending and 2.80% in torsion.

The two peaks in the torsional error standard deviation, although unusual, cannot be explained by gouges or dents in the ski base (which was smooth visually) and appear to be random. One possible explanation is the small sample size; with only five tests, a random large error spike in a single test is enough to have a noticeable effect on the standard deviation. It is also worth noting these peaks occur in the central area in which the uncertainty is expected to be higher.

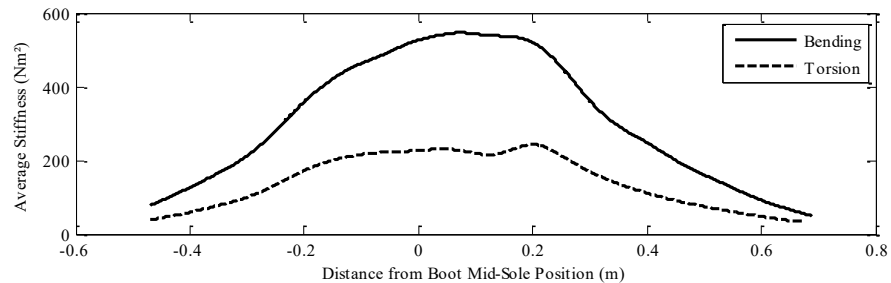


Figure 3.5 - Average stiffnesses of 5 consecutive tests on a Dynafit Se7en Summit ski

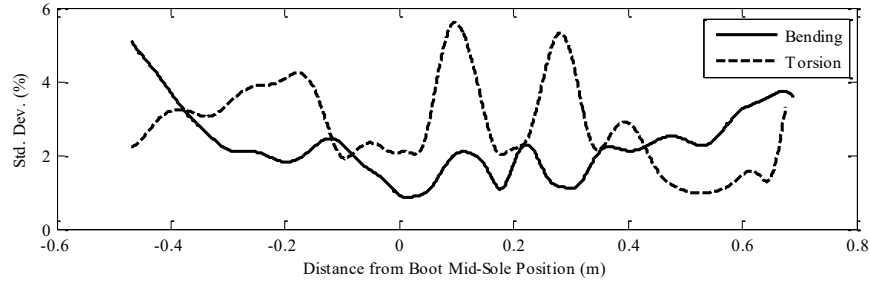


Figure 3.6 - Standard deviation of 5 consecutive tests.

3.4.3 Coupling of bending and torsional deformations

To accelerate data acquisition, the SMAD method can simultaneously measure the bending and torsional stiffnesses. To obtain accurate results, this method requires that there be no or negligible coupling in the measurement of the bending and torsional deformations. While it is possible to design a composite beam with bending-torsion coupling, alpine skis generally have no such coupling due to the symmetry of geometry and materials layup about the sagittal (XY) plane. However, if there is a misalignment between the ski and the test bench x-axis (e.g., due to a rotation about the y-axis of the ski in the clamp), a coupling may occur in that the bending angular sensor may measure a portion of the torsional deformation, and vice-versa.

To quantify this effect, the Dynafit Se7en Summit ski was measured three times using the same setup and method, but with different applied loads. For the first test case, the ski was loaded mostly in bending ($M_x = 9 \text{ Nm}$ and max $M_z = 60 \text{ Nm}$). The second test case was conducted with the ski mostly loaded in torsion ($M_x = 30 \text{ Nm}$ and max $M_z = 20 \text{ Nm}$). The third test case was conducted with a combined loading ($M_x = 24 \text{ Nm}$ and max $M_z = 45 \text{ Nm}$), as typically applied when testing skis with this instrument. Figure 3.7 shows the bending and torsional stiffnesses obtained from these tests. Figure 3.8 shows the variation between the stiffnesses obtained from the three test cases.

The difference between the torsional stiffness distributions as measured in test cases 2 and 3 averages 2.55%, with a maximum difference of 7.5%. This is largely consistent with the repeatability error presented in the previous section, which indicates that the torsional deformation distribution appears to be independent of the bending load applied to the ski.

In bending, the average difference in the calculated stiffness distribution between test cases 1 and 3 is 3.43%, with a maximum difference of 10.78%. The difference is larger at the tips of the ski and smaller in the center, which is also consistent with the trends observed in the repeatability test. However, the standard deviation at the tips from the repeatability tests did not exceed 5%, whereas the difference in this test is over 10%. This larger discrepancy is explained by ski misalignment during installation in the clamp. This misalignment causes the read head measurement line to be at an angle relative to the ski's true centerline, causing the read head to measure a component of the torsional deformation in addition to the bending deformation. Therefore, the measured bending stiffness is not completely decoupled from the torsional load applied, and varies with the amplitude of the ski misalignment in the clamp. This error was deemed acceptable, as the difference is under 5% for much of the length of the ski, and the larger discrepancies occur at the tips of the ski, where the stiffness is of less interest. However, the test machine could easily be modified to allow for more precise alignment should the need for more precise results arise (in its current embodiment, misalignment can be up to 0.6°).

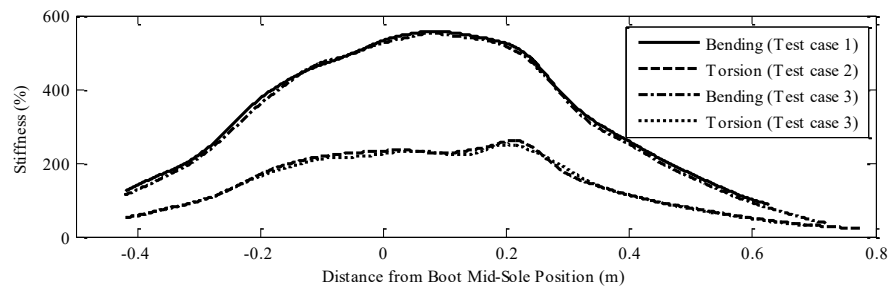


Figure 3.7 - Bending and torsional stiffnesses for three different test cases

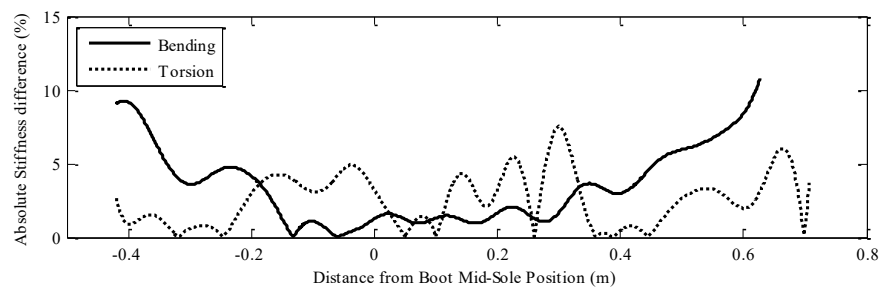


Figure 3.8 - Absolute stiffness differences between test cases 1 and 3 in bending and 2 and 3 in torsion

3.5 Conclusion

The method developed to simultaneously measure the bending and torsional stiffness distributions of an alpine ski, based on the measurement of angular deformations, was shown to be accurate and repeatable. The average stiffness error on a control beam did not exceed 1.8 % in bending and 1.1 % in torsion. The repeatability of the test method was evaluated with 5 consecutive tests on an actual ski and was shown to be repeatable within at most 6%, with the average standard deviation not exceeding 3%.

The coupling of the measured bending and torsional deformations during simultaneous measurement on an alpine ski was investigated, as any misalignment between the ski and the test machine will yield such a coupling. The torsional stiffness results are not affected by this misalignment. However, in bending, it was determined that the method is sensitive to the ski's alignment in the test machine. In its present embodiment, the test machine yields an error mostly under 5% near the center of the ski, and mostly under 10% near the tips.

The presented method, which can be used to measure a ski's bending and torsional stiffness distributions in approximately 6 minutes per ski, has the potential to rapidly yield large sets of data on many alpine skis. These datasets can be of significant use in research & development, quality control, product reviews and online retail.

3.6 Acknowledgements

This research was in part supported by grants from the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and the *Fonds de recherche Nature et technologies du Québec* (FRQNT). The authors also thank Robotiq for providing equipment.

CHAPITRE 4

ÉVALUATION DE LA STABILITÉ

Avant-Propos

Auteurs et affiliations :

J. Truong : étudiant à la maîtrise, Université de Sherbrooke, Faculté de génie,
Département de génie mécanique
A. Lussier Desbiens : professeur adjoint, Université de Sherbrooke, Faculté de génie,
Département de génie mécanique

Date de soumission : 28 septembre 2016

Revue : MDPI Publishers Proceedings – Engineering of Sport 12

Titre français : Évaluation de la stabilité directionnelle de skis alpins par la simulation de la déformation du ski lors d'un virage en régime permanent

Contribution au document :

Cet article contribue au mémoire en présentant le modèle mathématique utilisé pour simuler la déformation des skis alpins lors d'un virage, les résultats de stabilité de ces simulations pour les 179 skis dont les propriétés mécaniques ont été mesurées, ainsi qu'un modèle simple utile pour rapidement estimer la stabilité d'un ski donné et mieux comprendre l'effet des différentes propriétés mécaniques sur la stabilité. L'éditeur limite la longueur de l'article à 6 pages dans le format demandé pour la soumission au journal.

Résumé français :

La stabilité directionnelle est un critère de performance important pour les skis alpins et il a été démontré qu'elle est corrélée avec le second moment de distribution de la pression sur la base du ski. Cependant, cet indice de stabilité est complexe à mesurer lors de l'utilisation d'un ski et la mesure expérimentale n'est donc pas pratique pour tester de nombreux skis. L'étendue de la variation de la stabilité entre les différents skis commercialement disponibles demeure donc inconnue. Dans cette étude, les propriétés mécaniques de 179 skis sont mesurées et la déformation du ski est simulée lors d'un virage en régime permanent pour évaluer l'indice de

stabilité. Les simulations sont effectuées à des angles de botte et des charges normales à la surface neigeuse fixes. Les données résultantes donnent un aperçu des valeurs de stabilité auxquelles on peut s'attendre des skis actuels. Un paramètre simplifié, le produit de la force nécessaire pour déformer un ski sur une surface plane rigide et le carré de sa longueur efficace ($F_0 L_{SC}^2$), est présenté et s'avère être un prédicteur précis de la stabilité.

Note : À la suite des corrections demandées par les membres du jury, cet article diffère de ce qui a été soumis.

Proceeding

EVALUATING THE DIRECTIONAL STABILITY OF ALPINE SKIS THROUGH THE SIMULATION OF SKI DEFORMATION DURING A STEADY-STATE TURN[†]

Jonas Truong¹ and Alexis Lussier Desbiens^{1, *}

¹ Department of Mechanical Engineering, University of Sherbrooke, Sherbrooke J1K 2R1, Canada

Emails: Jonas.Truong@usherbrooke.ca, Alexis.Lussier.Desbiens@usherbrooke.ca

* Correspondence: Alexis.Lussier.Desbiens@usherbrooke.ca; Tel.: +1 819 821-8000 # 62147

[†] Presented at the 12th conference of the International Sports Engineering Association, Brisbane, Queensland, Australia, 26-28 March 2018.

Published: date (leave it empty)

4.1 Abstract

Directional stability is an important performance criterion for alpine skis and has been shown to correlate with the second moment of running surface pressure distribution. However, this stability index is complex to measure while skiing and is not practical for testing many skis. It therefore remains unclear what range one can expect in the variation of stability between commercially available skis. In this study, the mechanical properties of 179 skis are measured and the ski deformation is simulated during a steady-state turn to evaluate the stability index. The simulations are carried out for prescribed boot angles and vertical loads. The resulting data provide insight as to what values of stability are to be expected of current skis. A simplified parameter, the product of the force required to flatten a ski and the square of its sidecut length ($F_0 L_{SC}^2$), is introduced and is shown to be an accurate stability predictor.

Keywords: Stability, Alpine Skis, Deformation, Simulation

4.2 Introduction

It is widely accepted that directional stability is a decisive criterion in determining the performance of an alpine ski during a carved or skidded turn [Howe, 1983] [Federolf *et al.*, 2006] [De Cecco and Angrilli, 1999] [Subic *et al.*, 2008]. This stability is correlated with the way the pressure is longitudinally distributed along the base of the ski at the ski/snow interface [Howe, 1983] [De Cecco and Angrilli, 1999]. One proposed quantitative performance index to evaluate stability is the second-order moment of pressure distribution along the longitudinal axis of the ski [De Cecco and Angrilli, 1999]. However, this performance index is difficult to measure in actual use, requiring specialized and bulky equipment [Scott *et al.*, 2007]. Further complicating matters, on hard snow or ice, the pressure distribution is limited to a very thin area along the edge of the ski. At least one study has been conducted to experimentally measure the pressure distribution and stability index of skis in a laboratory setting, on a rigid surface [De Cecco and Angrilli, 1999]. Another method of obtaining the stability index of a ski is to numerically simulate the ski deformation and resulting snow penetration and interface pressure during a turn. There is a large body of work concerning modelling a ski turn on snow using either static [Kaps *et al.*, 2001] [Heinrich *et al.*, 2010] or dynamic models [Nordt *et al.*, 1999] [Mössner *et al.*, 2014]. The ski has been modelled using various methods: an elastic beam [Kaps *et al.*, 2001], a set of elastically-connected rigid bodies [Heinrich *et al.*, 2010] [Nordt *et al.*, 1999] [Mössner *et al.*, 2014] [Bruck *et al.*, 2003], or using FEM [Federolf *et al.*, 2010]. The snow has also been modelled in various ways, either using an extrapolation of ice-cutting experiments [Renshaw and Mote, 1989], as a linear elastic material [Nordt *et al.*, 1999] or using a plastic/hypoplastic law [Kaps *et al.*, 2001] [Heinrich *et al.*, 2010] [Mössner *et al.*, 2014] [Bruck *et al.*, 2003] [Mössner *et al.*, 2006]. However, simulations require accurate mechanical properties which have historically been difficult to obtain, specifically in the case of the bending and torsional stiffness profiles. This explains in part the limited number of different skis analyzed in the above studies. Recently, a method was developed to quickly and accurately measure these stiffnesses [Truong *et al.*, 2016].

The aim of this study is to determine the range of stability that can be expected from typical, commercially available skis by analyzing, using numerical simulation, a large number of skis spanning various disciplines and sizes. A secondary aim of this study is to understand how the

relevant mechanical properties (ski length, sidecut, camber, as well as bending and torsional stiffness distributions) affect this stability. This knowledge would be invaluable to ski designers, enabling them to use the stability index as a design goal, selecting an appropriate stability target and sizing the ski's properties to attain this goal. For consumers, knowledge of the preferred stability level for one's own abilities and style would facilitate the ski selection process by quickly eliminating skis exhibiting inappropriate stability values.

To fulfill these objectives, the mechanical properties of 179 different skis are measured using the SMAD method [Truong *et al.*, 2016]. Section 4.3 describes the numerical model used to simulate the ski deformation and pressure distribution. In section 4.4, the results obtained from this model for the measured skis are analyzed. The effect of linear and hypoplastic snow deformation laws on stability are compared. The effect of a ski's mechanical properties on stability are also investigated and a simple parameter encompassing a ski's various mechanical properties is proposed to quickly estimate stability.

4.3 Materials and Methods

4.3.1 Selected skis

In this study, the sidecut, camber as well as bending and torsional stiffness profiles were measured for 179 different skis using the SMAD method. Using this method, the stiffness profiles are obtained with an accuracy of approximately 5 % [Truong *et al.*, 2016]. The skis measured are all commercially available models spanning a range of intended uses, and measuring from 146 to 189 cm in nominal length. The width of the skis varies from 64 to 122 mm. The mean bending and torsional stiffness values varies from 113 Nm² to 369 Nm² and 48 to 350 Nm², respectively.

4.3.2 Ski Model

Two reference frames are used throughout this study: N , the normal-tangential reference frame with respect to the ski trajectory (assumed to be circular and of radius R), as well as S , a reference frame aligned with the ski. Starting from N , the reference frame S can be obtained from 3 successive rotations. Firstly, the ski, initially resting on the snow surface, is rotated

around S_y by an angle θ , which corresponds to the angle of attack of the ski with respect to its trajectory. Then, the ski is rotated around S_x by an angle φ , which represents lateral lean. Finally, the ski is rotated around S_z by an angle ϕ , which represents fore/aft lean. Figure 4.1 illustrates the orientation of these reference frames for a typical ski turn.

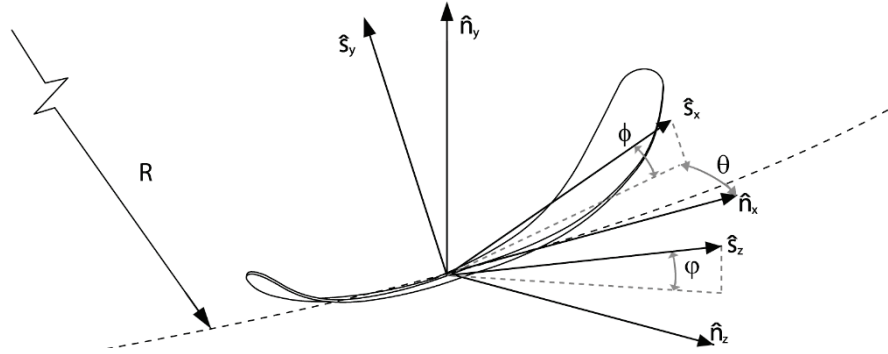


Figure 4.1 - Bent ski during a turn with reference frames.

A single ski is modelled using a set of 31 elastically-connected rigid-body trapezoids. The positions of the trapezoidal segments' vertices are chosen to coincide with the sidecut and camber profiles of the undeformed ski. Figure 4.2 shows a 7-segment ski (for visual clarity) overlaid onto the continuous geometry profiles.

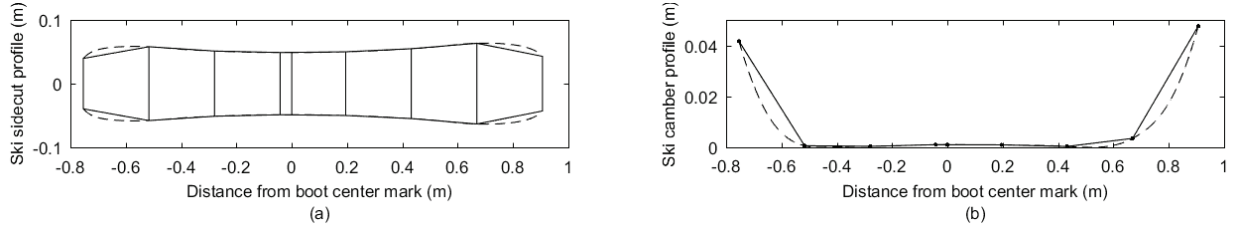


Figure 4.2 - Segmentation of a ski overlaid on the measured (a) sidecut and (b) camber profiles.

The segments are rigidly connected in translation at nodes located on the center of the common edges of the undeformed shape. The lateral bending degree of freedom is blocked, while the bending and torsion degrees of freedom are connected by springs whose stiffnesses are calculated from the mean bending ($\overline{EI}(x)$) and torsional stiffness ($\overline{GJ}(x)$) values around a node, as given by the following equations [Mitiguy and Banerjee, 2000]:

$$k_{i,x} = \overline{GJ}(x)_{x_i-L/2} / L_{Segment} \quad k_{i,z} = \overline{EI}(x)_{x_i-L/2} / L_{Segment} \quad (4.1)$$

4.3.3 Snow Models

The snow reaction force on each ski segment is calculated using either a linear elastic or hypoplastic constitutive law. In both cases, the force is assumed to be normal to the ski segment. Tangential forces such as friction are neglected. Shear resistance of the snow is considered to be infinite. In the case of the linear elastic model, the snow force component along N_y acting on the segment j is given by equation 4.2. For the hypoplastic model, this force is rather given by equation 4.3 with $s_1 = 0.9$ and $s_2 = 0.98$ [Mössner *et al.*, 2006] [Mössner *et al.*, 2014]. The force is calculated by numerically integrating the pressure over the whole segment, with $y_{Max}(r)$ carrying over from the front-most segments rearwards. Since the total snow force is perpendicular to the ski segment surface, it is calculated with knowledge of α , the angle between the segment surface normal vector and N_y (equation 4.4.). The force is applied at the segment's center of pressure.

$$F_{Snow,y,j} = k_{Snow} Volume_{Displaced\ Snow,j} \quad (4.2)$$

$$F_{Snow,y,j}(x,z) = \begin{cases} \int k_{Snow} y dx dz & 0 < \frac{y}{y_{Max}} < 1 & \text{elastic loading} \\ \int k_{Snow} y dx dz & s_2 < \frac{y}{y_{Max}} < 1 & \text{elastic unloading} \\ \int \frac{k_{Snow}}{s_2 - s_1} y dx dz & s_1 < \frac{y}{y_{Max}} < s_2 & \text{hypoplastic unloading} \\ 0 & 0 < \frac{y}{y_{Max}} < s_1 & \text{unloaded} \end{cases} \quad (4.3)$$

$$F_{Snow,j} = F_{Snow,y,j} / \cos(\alpha) \quad (4.4)$$

4.3.4 Solver

A prescribed, constant force is applied perpendicularly to the snow surface ($-F_y N_y$) at a node positioned on the central segment at the ski center to represent the skier's weight. The central segment's orientation (θ, φ, ϕ) as well as the trajectory radius R , as defined in Figure 4.1, are also fixed. As such, any dynamic effects (weighting/unweighting, convexities/concavities on the snow surface and weight transfer between the two skis) are not considered by this steady-state model.

The snow forces acting on each individual ski segment, as well as the node and force positions, \vec{r}_i and $\vec{r}_{\vec{F}_{Snow,j}}$, are used to calculate the nodal moments in the N reference frame, which are then transferred to the segment reference frames (S_i) with the rotation matrix ${}_{S_i}\vec{\vec{R}}_N$, as in equation 4.5.

$$\vec{M}_{Snow,i} = \begin{bmatrix} M_{Snow,i,x} S_{i,x} \\ M_{Snow,i,y} S_{i,y} \\ M_{Snow,i,z} S_{i,z} \end{bmatrix} = {}_{S_i}\vec{\vec{R}}_N \sum \left(\left(\vec{r}_{\vec{F}_{Snow,j}} - \vec{r}_i \right) \times \vec{F}_{Snow,j} \right) \quad (4.5)$$

Thus, the net moment at each node is the sum of the node internal spring moment and the moment due to snow forces, as given by equation 4.6. Similarly, the total force normal to the snow surface is the sum of the snow forces and the applied force at the ski center and is given by equation 4.7. An iterative solver is used to find the steady-state ski deformation, which is the solution to equation set 4.8.

$$\begin{bmatrix} M_{i,x} S_{i,x} \\ M_{i,z} S_{i,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{Snow,i,x} S_{i,x} \\ M_{Snow,i,z} S_{i,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{i,x} (\theta_j - \theta_{j-1}) S_{i,x} \\ k_{i,z} (\varphi_j - \varphi_{j-1}) S_{i,z} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\vec{F}_N = F_y N_y + \sum \vec{F}_{Snow,i} \quad (4.7)$$

$$\left\{ F_{N_y}(x) = 0, M_{x,i}(x) = 0, \dots, M_{x,n}(x) = 0, M_{y,i}(x) = 0, \dots, M_{y,i}(x) = 0 \right\}, \quad (4.8)$$

$$x = (y_0, \theta_i, \dots, \theta_n, \varphi_i, \dots, \varphi_n)$$

The solver code was validated by replacing the snow model with boundary conditions emulating a 3-point bending test and finding the solution for a constant-stiffness beam. The solution was identical to within 3% of the deformation predicted by Euler-Bernoulli beam theory.

4.3.5 Pressure distribution and stability index

The stability index, corresponding to the second-order moment of pressure distribution along the longitudinal axis of the ski, S_x , is calculated with equation 4.9. In contrast with previous work [De Cecco and Angrilli, 1999], the non-normalized moment is used in order to compare the absolute stability values instead of relative values.

$$M_2 = \sum F_{Snow,i,N_z} (x_{F_{Snow,i,N_z}})^2 \quad (4.9)$$

4.4 Results and Discussion

The turn simulations are carried out for boot orientations ranging from 1° to 45° of lateral lean and from -10° to 10° of fore/aft lean. Applied normal forces ranged from 196 to 589 N (20 to 60 kg) and snow hardness is varied from 1×10^6 to 1×10^9 N/m³. For the hypoplastic snow model, angle of attack and trajectory radius are also considered to construct the snow deformation path. These parameters are varied from 0 to 5° and 10 to 50 m, respectively.

4.4.1 Effect of torsional stiffness

A subset of five skis within the set of studied skis, selected to cover the whole range of torsional stiffnesses of the complete set, were modelled with both the model described above and with the torsional degree of freedoms blocked (i.e. infinite torsional stiffness). The average difference in the stability index for all the simulations was 2.1 %, which suggests that torsional stiffness has a negligible effect on stability. Torsional stiffness was thus neglected from subsequent analyses.

4.4.2 Comparison between linear and hypoplastic snow models

Because of computational time constraints, two skis were simulated using the hypoplastic snow model. Across the whole range of input parameters, the difference between the stability index predicted using the hypoplastic and the linear snow model did not exceed 16 %. Also, the error decreased to under 10 % for angles of attack above 2.5 °, which is coherent with previous work: at small angles of attack, the hypoplastic model predicts that ski tail rides through the groove created by the ski shovel, reducing tail pressure [Heinrich *et al.*, 2010] and, in turn, the stability index. At larger angles of attack, the ski tail does not track the groove created by the shovel, and the pressure distribution more closely resembles that predicted by the linear model. Although previous work [Mössner *et al.*, 2014] has shown that a hypoplastic law models snow behavior more accurately than a linear elastic law, this difference in stability predicted by the two snow models is small relative to the difference between skis. The linear model is therefore used for further analyses to reduce both computing time and the number of inputs: for the linear model, angle of attack and trajectory radius are trivial and need not be considered.

4.4.3 Fore/aft lean angle effect on stability

For all the skis considered in this study, maximum stability for a given snow hardness, applied force and lateral lean angle occurs at or very near zero fore/aft lean angle, i.e. leaning forwards or backwards has the effect of decreasing stability. This is visible in Figure 4.3, which shows two typical maps of stability as a function of fore/aft and lateral lean angles for both a traditionally cambered ski and for a rockered ski. Although the amplitudes and slope of the map vary for different skis, snow hardnesses and applied forces, all stability maps retain a similar shape.

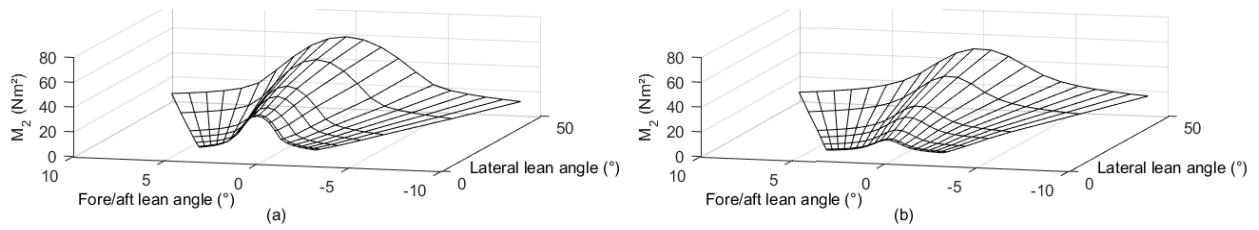


Figure 4.3 - Stability maps
(a) a Rossignol Hero Elite E-ST Carbon 166 cm and (b) a Völkl Mantra 177 cm. Both maps are for an applied force of 392 N and a snow hardness of 1×10^6 N/m³.

4.4.4 Comparison of stability across different skis

The stability index calculated for the 179 skis studied, in all conditions considered, varied from 0.1 (for rockered skis, where the contact is essentially concentrated underneath the boot) up to 98 Nm². Since maximum stability is achieved at or near zero fore/aft lean angle, other angles were not considered. As can be seen in Figure 4.5a, decreasing snow hardness has the effect of increasing stability while increasing lateral lean angle and applied loads both increase stability. However, even for a single hardness, applied load and lateral lean angle, the stability from ski to ski varies significantly. This is because the mechanical ski properties also influence stability.

4.4.5 Stability as a function of the force required to flatten the ski

To gain insight on the effect of a ski's mechanical properties on the stability index, we think of the ski as a simplified, constant-stiffness beam in simply supported, center-loaded bending. The force required to deform such a beam a distance y is given by equation 4.10.

$$F_0 = \frac{48EIy}{L_{SC}^3} = \frac{48EI(camber_{Max.} + y_{SC})}{L_{SC}^3} \quad (4.10)$$

In equation 4.10, the sidecut length (L_{SC}) is defined as the distance between the widest point of the shovel and the widest point of the tail, and is the mean ski bending stiffness. If the ski is pressed onto a rigid surface, the distance y will then be equal to the sum of the ski's initial camber and the additional distance through which the ski must be flexed due to its' sidecut when it is on edge. This additional deflection can be calculated from the ski's geometry and lateral lean angle (Figure 4.4) and is given by equation 4.11 [Howe, 1983]. For rockered skis, the camber is negative and is calculated as the vertical distance between the boot center mark and a line traced between the widest points of the shovel and the tail.

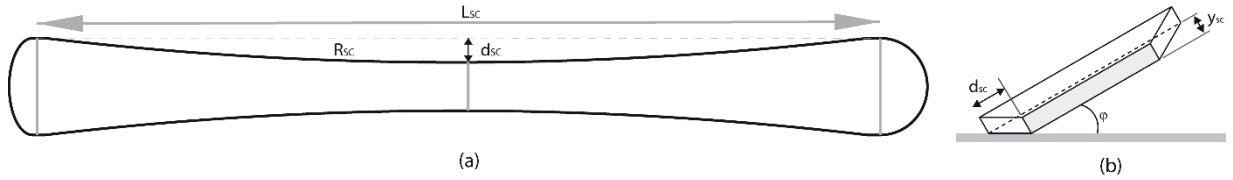


Figure 4.4 - (a) Ski sidecut length and depth and (b) bending deformation when on edge.

From this simple ski model, we then introduce the parameter $F_0 L_{SC}^2$ (since stability varies with the square of the length), as given by equation 4.12. Figure 4.5b shows the stability index as a function of this simplified parameter, snow hardness and applied force, for all skis at all lateral lean angles.

$$y_{SC} = d_{SC} \tan(\varphi) = R_{SC} \left(1 - \cos \left(\sin^{-1} \left[\frac{L_{SC}}{2R_{SC}} \right] \right) \right) \tan(\varphi) = R_{SC} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{L_{SC}}{2R_{SC}} \right)^2} \right) \tan(\varphi) \quad (4.11)$$

$$F_0 L_{SC}^2 = \frac{48EI}{L_{SC}} \left(\text{camber}_{Max.} + R_{SC} \tan(\varphi) \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{L_{SC}}{2R_{SC}} \right)^2} \right] \right) \quad (4.12)$$

A model is fitted to this data to evaluate the goodness of the fit when using $F_0 L_{SC}^2$ as a predictor of stability. Negative values of $F_0 L_{SC}^2$ are considered to be equal to zero for the data fitting, since a ski cannot be flexed downwards by the snow surface. Equation 4.13 presents the fitted model ($R^2 = 0.891$, Root Mean Squared Error of 4.56).

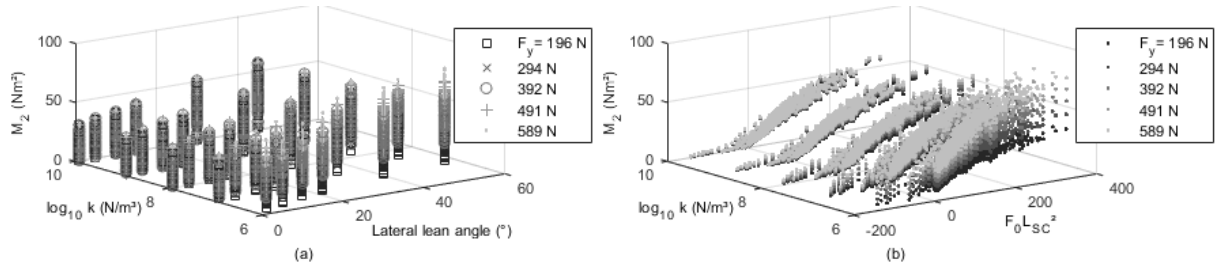


Figure 4.5 - (a) Stability versus snow hardness, lateral lean angle and applied load and (b) stability versus snow hardness, $F_0L_{sc}^2$ and applied load.

$$M_2 = 2.5472(F_0L_{sc}^2)^{1/2} + 0.1541(F_y)^{3/2}(k_{snow})^{-1/3} + 0.0099(F_0L_{sc}^2)^{1/2}(F_y)^{3/2}(k_{snow})^{-1/3}, \quad (4.13)$$

where $F_0 > 0$

The high coefficient of determination and the root mean squared error of 4.56 suggest that $F_0L_{sc}^2$ is adequate to quickly estimate the stability of a ski. Furthermore, it is the only fit parameter that depends on the ski's properties, the two other fit parameters being correction factors for the snow hardness and applied normal force. This indicates that $F_0L_{sc}^2$ is, by itself, sufficient to compare stability between skis. Deviation from the fit can easily be explained by the fact that this simplified parameter makes use of many simplifications: we assume that the maximum camber, the sidecut and the applied load are all centered on the ski and that the ski is a constant beam with stiffness equal to the mean bending stiffness. The actual camber and sidecut profiles, the stiffness distribution and the boot center mark location will all influence the stability index. These effects are taken into account by the steady-state turn model but not by $F_0L_{sc}^2$.

The correlation between stability and $F_0L_{sc}^2$ is of importance since calculating this simple parameter does not require numerical simulation or on-snow tests; it is sufficient to have a ski's design data or to measure it using a relatively simple machine [Truong *et al.*, 2016]. It could therefore easily be calculated for all existing skis, enabling one to directly compare skis on the basis of a performance parameter instead of relying on the underlying mechanical properties. Amongst the 179 skis studied, $F_0L_{sc}^2$ varied from -144 to 112 Nm^2 at zero lateral lean angle and from -21 to 324 Nm^2 at 45°. Also, the fitted model in equation 4.13 makes it possible for a designer or consumer to quickly estimate a ski's stability index for a given set of turn conditions (lean angle, snow hardness, force applied on the ski).

4.5 Conclusions

The aim of this study was to determine the range of stability of commercially available alpine skis, as determined by the second-order moment of the pressure distribution along the longitudinal axis of the ski. A secondary aim of this study was to gain insight on the effect of a ski's mechanical properties on stability. The sidecut, camber and bending and torsional stiffness profiles of 179 skis were measured. These were fed into a steady-state turn model for various snow hardnesses, applied forces, and ski orientations. The results show that the stability index varies from almost 0 (for some rockered skis) to 98 Nm^2 for snow hardnesses of 1×10^6 to $1 \times 10^9 \text{ N/m}^3$, applied normal forces of 196 to 589 N and lateral lean angles of 1 to 45° . A simplified parameter, $F_0 L_{SC}^2$, was introduced and was shown to be an accurate predictor of stability. Since this parameter depends only on a ski's mechanical properties and is independent of snow and turn conditions, it can easily be calculated and made available for consumers to compare models and select an appropriate ski based on the desired level of stability. It could also allow designers to size a ski's mechanical properties to obtain a stability level coherent with the ski's intended use.

Supplementary Materials: The following are available online at <http://goo.gl/ELNxMN>, Table 1: List of skis

Acknowledgments: This research was supported in part by grants from the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and the *Fonds de recherche Nature et technologies du Québec* (FRQNT)

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest. The funding sponsors had no role in the design of the study; in the collection, analyses, or interpretation of data; in the writing of the manuscript, and in the decision to publish the results.



© 2017 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

CHAPITRE 5

CONCLUSION

5.1 Sommaire des travaux

Ce projet de recherche avait comme objectif principal de déterminer l'étendue du niveau de stabilité que peuvent présenter les skis modernes commercialement disponibles et de comprendre l'effet des propriétés mécaniques du ski sur ce niveau de stabilité. Cette compréhension permettrait, entre autres, de concevoir des skis mieux adaptés aux besoins des utilisateurs. Afin d'accomplir cet objectif, quatre objectifs secondaires ont été établis :

1. développer une méthode de mesure permettant de rapidement et précisément mesurer les propriétés mécaniques pertinentes d'un ski, soit les distributions de rigidités en flexion et en torsion et les profils de carre et de cambrure;
2. utiliser cette méthode pour mesurer un échantillon varié de skis alpins modernes;
3. développer un modèle mathématique afin de simuler la déformation d'un ski alpin lors d'un virage sur neige;
4. utiliser ce modèle afin de simuler la déformation des skis mesurés et estimer le niveau de stabilité;
5. analyser l'effet des propriétés mécaniques sur le niveau de stabilité d'un ski.

Le chapitre 3 de ce document présente une nouvelle méthode de mesure ainsi qu'une machine qui ont été développées afin de mesurer les distributions de rigidités en flexion et en torsion et les profils de carres et de cambrure d'un ski alpin. Cette méthode et cette machine permettent de mesurer les propriétés mécaniques d'un ski alpin avec une erreur d'environ 5% en moins de 5 minutes par ski.

Le chapitre 4 de ce document traite de l'évaluation de la stabilité des skis par le biais de simulations numériques. Ainsi, 179 modèles de skis ont été mesurés à l'aide de la méthode et de la machine présentée au chapitre 3. La composition de cet échantillon a été sélectionnée afin d'inclure des types de skis variés (skis pour neige poudreuse, skis de course, ski récréatifs, skis de haute-randonnée, etc.) ainsi que différentes longueurs. Un modèle mathématique a été développé afin de simuler la déformation de ces skis et d'évaluer leur stabilité. Ce modèle est

basé sur la modélisation du ski par une approche multi-corps rigides, la modélisation de la neige par des lois de déformation élastique linéaire et hypoplastique, et la modélisation du skieur par l'imposition d'une force normale à la surface neige et des angles au centre du ski, au point de fixation de la botte. Ces simulations ont permis de déterminer que la stabilité des skis étudiés, tel qu'évalué par le second moment de distribution de la pression longitudinale, varie de 0 à 98 Nm² pour des conditions d'utilisation typiques (une dureté de neige de 1×10^6 à 1×10^9 N/m³, une force normale à la surface neigeuse de 196 à 589 N et un angle d'inclinaison latérale de 1 à 45°). Finalement, un modèle simple a été développé pour estimer la stabilité d'un ski sans avoir recours à des outils de simulation numérique. Ce modèle considère le ski comme une poutre à rigidité constante simplement supportée, chargée en son centre, et dont la déformation maximale est déterminée par la cambrure et le rayon des carres du ski. La stabilité prédite par ce modèle est fortement corrélée avec la stabilité évaluée par le biais des simulations numériques (coefficient de détermination de 0.891). Ce modèle simple permet aussi de comprendre facilement l'effet des différentes propriétés mécaniques sur la stabilité d'un ski alpin.

5.2 Retour sur les contributions originales

Les contributions originales de ce mémoire annoncées dans l'introduction sont :

1. une méthode et une machine permettant de mesurer rapidement et avec précision les distributions en flexion et en rigidité d'un ski alpin;
2. l'évaluation de l'étendue du niveau de stabilité que présentent les skis alpins modernes commercialement disponibles par le biais de simulations numériques de la déformation du ski alpin et de la neige lors d'un virage;
3. une méthode simple afin d'estimer le niveau de stabilité d'un ski alpin donné à partir de propriétés mécaniques moyennes, sans avoir recours à des simulations ou des mesures complexes.

La méthode et la machine de mesure des propriétés des skis alpins sont présentées à la section 3. Les simulations numériques présentées au chapitre 4 de ce document ont permis de déterminer l'étendue du niveau de stabilité de l'échantillon des skis alpins étudiés. Cet échantillon comportait des skis de types et longueurs variés afin de représenter le plus adéquatement possible la gamme de skis commercialement disponibles. Finalement, un modèle de stabilité

simple, aussi présenté au chapitre 4, permet d'estimer rapidement la stabilité d'un ski donné ainsi que de comprendre l'influence des différentes propriétés mécaniques.

5.3 Nouvelles perspectives de recherche

Les travaux effectués dans le cadre de ce projet de recherche offrent plusieurs nouvelles perspectives de recherche.

D'abord, la méthode et la machine de mesure des rigidités en flexion et en torsion développées lors de ces travaux permettent de mesurer avec précision les propriétés mécaniques d'un ski à une vitesse beaucoup plus grande que ce que permettaient les méthodes existantes. Ainsi, il devient maintenant envisageable pour un fabricant de mesurer la totalité ou presque des skis produits, ce qui n'était pas possible auparavant. Il serait donc possible de caractériser avec précision les processus de fabrication, par exemple les tolérances sur les différentes propriétés mécaniques, afin de cibler des pistes d'amélioration de ces processus.

De plus, la connaissance de l'étendue des niveaux de stabilité que présentent typiquement les skis modernes ainsi que la possibilité de rapidement estimer ce niveau de stabilité sans avoir recours à des simulations ou des essais pratiques facilitera grandement le travail des concepteurs et des consommateurs de skis. Ces connaissances pourront guider les concepteurs dans le choix des propriétés mécaniques d'un ski afin de bien répondre aux besoins des consommateurs. Les consommateurs, quant à eux, bénéficieront d'un nouvel outil pour faciliter la comparaison de différents modèles de ski. Cependant, il reste à valider la corrélation entre l'indice de stabilité utilisé pour les analyses effectuées dans ce document et les observations sur le terrain, à savoir les impressions de skieurs. Bien que les travaux présentés dans ce document aient permis de déterminer l'étendue globale du niveau de stabilité des skis alpins étudiés, les skis n'ont pas été davantage différenciés, par exemple par type d'utilisation. Il serait fort pertinent de mieux comprendre comment le niveau de stabilité optimal varie, par exemple, entre un ski destiné à un usage de course, et un ski destiné à un usage récréatif.

Par ailleurs, la question de la sensibilité d'un skieur au niveau de stabilité d'un ski n'a pas été abordée dans ces travaux. Quelle différence de stabilité devient significative? Si un consommateur compare deux skis, est-ce qu'une différence de stabilité de 5 Nm² peut être ressentie sur la neige, ou est-ce plutôt 1 Nm² ? Pour un concepteur, combien de modèles

différents sont nécessaires pour s'assurer de satisfaire le plus de consommateurs possibles? Il serait intéressant de se pencher, dans des travaux futurs, sur la quantification de ce niveau de sensibilité à la stabilité.

Finalement, les travaux présentés dans ce document ont permis de recueillir les propriétés mécaniques de près de 200 skis. Ces données ont été utilisées pour mieux comprendre la stabilité. Par contre, il existe plusieurs autres critères de performance couramment utilisés pour décrire la performance des skis, dont la tenue des carres (*edge grip*) et la restitution d'énergie (le fameux *pop*). Il existe aussi plusieurs autres propriétés mécaniques dont l'effet sur la sensation sur neige est significatif; entre autres, il y a la rigidité en torsion et l'amortissement. Finalement, ces travaux n'ont abordé que la stabilité sur une surface neigeuse relativement dure, comme on la retrouve sur des pistes de ski travaillées mécaniquement. La question de la stabilité d'un ski dans de la neige poudreuse légère n'a pas été explorée. Les liens entre ces propriétés mécaniques additionnelles, ces critères de performance additionnels et ces autres conditions neigeuses demeurent inconnus ou partiellement étudiés. Des travaux futurs qui se pencheraient sur ces questions seraient fort pertinents et utiles. Par exemple, dans la neige poudreuse, la distribution de pression sous le ski s'apparente plus à une pression uniformément répartie sur la base qu'à un contact linéaire le long de la carre. En comprenant comment la stabilité et le rayon de virage du ski changent avec ce changement dans la nature de la distribution de pression, on pourrait penser concevoir des skis offrant des sensations uniformes, peu importe le type de neige.

LISTE DES RÉFÉRENCES

- Bazergui, A. (2002). *Résistance des matériaux*. Montreal: Presses Internationales Polytechnique.
- Brooks, L., Purdy, D. and Edmonds, S. (2011). Theoretical and experimental investigation into the interaction between a snowboard or ski and an artificial snow surface. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 0954406211399016.
- Brouillette, M. (2002). On measuring the flexural rigidity distribution of golf shafts. *Science and Golf IV*, 387-401.
- Brown, C. A. and Outwater, J. O., (1989). "On the Skiability of Snow," in *Skiing Trauma and Safety: Seventh International Symposium*, ASTM STP 1022, American Society of Testing and Materials, Philadelphia, pp. 329-336.
- Bruck, F., Lugner, P. and Schretter, H. (2003). A dynamic model for the performance of carving skis. *ASTM special technical publication*, 1440, 10-23.
- Clifton, P. M. (2011). Investigation and customisation of snowboard performance characteristics for different riding styles.
- De Cecco, M. and Angrilli, F. (1999). Testing ski stability. *Measurement Science and Technology*, 10(4), N38.
- De Gobbi, M. and Petrone, N. (2008). Structural behaviour of slalom skis in bending and torsion. *Proceedings of 7th ISEA CONFERENCE* (pp. 2-6).
- Federolf, P., Auer, M., Fauve, M., Lüthi, A. and Rhyner, H. (2006). Subjective evaluation of the performance of alpine skis and correlations with mechanical ski properties. *The Engineering of Sport 6* (pp. 287-292). Springer.
- Federolf, P., Roos, M., Lüthi, A. and Dual, J. (2010). Finite element simulation of the ski-snow interaction of an alpine ski in a carved turn. *Sports Engineering*, 12(3), 123-133.
- Fischer, C., Overney, L. S., Fauve, M., Blanke, O., Rhyner, H., Herzog, M. H., Bourban, P.-E., et al. (2007). What static and dynamic properties should slalom skis possess? Judgements by advanced and expert skiers. *Journal of sports sciences*, 25(14), 1567-1576.
- Glenne, B., DeRocco, A. and Vandergrift, J. (1997). The modern Alpine ski. *Cold regions science and technology*, 26(1), 35-38.
- Heinrich, D., Mössner, M., Kaps, P., Schretter, H. and Nachbauer, W. (2006). Influence of ski bending stiffness on the turning radius of alpine skis at different edging angles and velocities. *The Engineering of Sport 6* (pp. 207-212). Springer.
- Heinrich, D., Mössner, M., Kaps, P. and Nachbauer, W. (2010). Calculation of the contact pressure between ski and snow during a carved turn in Alpine skiing. *Scandinavian journal of medicine & science in sports*, 20(3), 485-492.

- Heinrich, D., Mössner, M., Kaps, P. and Nachbauer, W. (2011). A Parameter Optimization Method to Determine Ski Stiffness Properties From Ski Deformation Data. *Journal of applied biomechanics*, 27(1).
- Hirano, Y. and Tada, N. (1994). Mechanics of a turning snow ski. *International journal of mechanical sciences*, 36(5), 421-429.
- Howe, J. G. (1983). *Skiing mechanics*. Poudre Press.
- ISO5902 - Alpine skis - Determination of the elastic properties.
- Jentschura, U. D. and Fahrbach, F. (2004). Physics of skiing: The ideal carving equation and its applications. *Canadian journal of physics*, 82(4), 249-261.
- Kaps, P., Mössner, M., Nachbauer, W. and Stenberg, R. (2001). Pressure Distribution Under a Ski During Carved Turns, *Science and Skiing*, 2001.
- Kaps P., N. W. and M., M. (2002). Snow Friction and Drag in Alpine Downhill Racing. *4th World Congress of Biomechanics*.
- Lieu, D. K. and Mote, C. D. (1984). Experiments in the machining of ice at negative rake angles. *Journal of Glaciology*, 30(104), 77-81.
- Lind, D. and Sanders, S. P. (1997). *The physics of skiing: skiing at the triple point*. American Institute of Physics Woodbury, NY, USA.
- Lüthi, A., Federolf, P., Fauve, M. and Rhyner, H. (2006). Effect of bindings and plates on ski mechanical properties and carving performance. *The Engineering of Sport 6* (pp. 299-304). Springer.
- Mitiguy, P. and Banerjee, A. K. (2000). Determination of spring constants for modelling flexible beams. *Working Model Technical Paper*.
- Mote Jr, C., Johnson, R. J., Hauser, W., Schaff, P. S. and others (1996). Determination of kinetic friction and drag area in alpine skiing. *Skiing trauma and safety*, (1266), 165.
- Mössner, M., Heinrich, D., Schindelwig, K., Kaps, P., Lugner, P., Schmiedmayer, H.-B., Schretter, H., et al. (2006). *Modeling of the ski-snow contact for a carved turn*. Springer.
- Mössner, M., Heinrich, D., Kaps, P., Schretter, H. and Nachbauer, W. (2009). *Effects of ski stiffness in a sequence of ski turns*. na.
- Mössner, M., Heinrich, D., Schindelwig, K., Kaps, P., Schretter, H. and Nachbauer, W. (2014). Modeling the ski-snow contact in skiing turns using a hypoplastic vs an elastic force-penetration relation. *Scandinavian journal of medicine & science in sports*, 24(3), 577-585.
- Nachbauer, W., Rainer, F. and Schindelwig, K. (2004). Effects of ski stiffness on ski performance. *The engineering of sport*, 5, 472-478.
- Nordt, A. A., Springer, G. S. and Kollár, L. P. (1999). Simulation of a turn on alpine skis. *Sports Engineering*, 2(3), 181-199.
- Rainer, F., Nachbauer, W., Schindelwig, K. and Kaps, P. (2005). On the measurement of the stiffness of skis. *SCIENCE AND SKIING*, 3, 136-147.
- Renshaw, A. A. and Mote, C. (1989). A model for the turning snow ski. *International Journal of Mechanical Sciences*, 31(10), 721-736.

- Scott, N., Yoneyama, T., Kagawa, H., & Osada, K. (2007). Measurement of ski snow-pressure profiles. *Sports Engineering*, 10(3) (145-156).
- Subic, A., Clifton, P., Beneyto-Ferre, J., LeFlohic, A., Sato, Y. and Pichon, V. (2008). Analysis of Snowboard Stiffness and Camber Properties for Different Riding Styles (P65). *The Engineering of Sport* 7 (pp. 319-327). Springer.
- Truong, J., Brousseau, C., & Lussier Desbiens, A. (2016). A Method for Measuring the Bending and Torsional Stiffness Distributions of Alpine Skis. *Procedia Engineering*, 147 (394-400).